પ્રકાશક :

નરેન્દ્રકુમાર ડી. શાહ
વ્યવસ્થાપક . પ્રજ્ઞા પ્રકાશન મન્દિર
લધાભાઈ ગુણપત બીલ્ડીંગ,
ચીંચબંદર, મુંબઈ–૯

પહેલી આવૃત્તિ
સને ૧૯૬૬ વિ સં ૨૦૨૨
બીજી આવૃત્તિ
સને ૧૯૬૮ વિ. સં. ૨૦૨૪

મૂલ્ય રૂપિયા પાંચ

મુદ્રક :

મણીલાલ છગનલાલ શાહ
નવપ્રભાત પ્રિન્ટીંગ પ્રેસ
ઘીકાંટા રોડ – અમદાવાદ

પ્રકાશકીય

સને ૧૯૬૫ ના પ્રારંભમાં **ગણિત-ચમત્કારનું** પ્રકાશન થયું; સને ૧૯૬૬ ના જૂન માસમા **ગણિત-રહસ્યનું** પ્રકાશન થયું, અને સને ૧૯૬૬ ના ઓક્ટોબર માસમા **ગણિત-સિદ્ધિનું** પ્રકાશન થયુ. આ વખતે ગણિત-ચમત્કાર તથા ગણિત-રહસ્યની બીજી આવૃત્તિઓ પણ પ્રકટ થવા પામી ત્યારબાદ માત્ર ૫ંદર માસના ગાળામા ગણિત-સિદ્ધિની આ બીજી આવૃત્તિ પ્રકટ થઈ રહી છે, તેના પરથી આ પુસ્તકોની ઉપયોગિતા તથા લોકપ્રિયતા સમજી શકાશે.

સર સયાજીવરાવ હીરકમહોત્સવ અને સ્મારકનિધિના ટ્રસ્ટી સાહેબોએ પ્રચારાર્થે આ પુસ્તકની ૫૦૦ નકલો ખરીદી ન હોત તો આ આવૃત્તિ આટલી વહેલી પ્રકટ થઈ શકી ન હોત, તેથી આ પ્રસંગે અમે આ ટ્રસ્ટના ટ્રસ્ટી મહાશયોનો આભાર માનીએ છીએ અને ભવિષ્યમા પણ તેમના તરફથી આ પ્રકારનો સહકાર મળતો રહેશે, એવી આશા પ્રકટ કરીએ છીએ.

મુબઈ ખાતે યોજાયેલ ગણિત-ચમત્કારના પ્રકાશન-સમારોહને શ્રીમંત મહારાજા **શ્રી ફતેહસિંહરાવ ગાયકવાડે** શોભાવ્યો હતો અને ગણિત-રહસ્યના પ્રકાશન-સમારોહને સન્માનનીય **શ્રી કે. કે. શાહે** શોભાવ્યો હતો કે જેઓ આજે ભારત સરકારના માહિતી ખાતાના પ્રધાનપદે બિરાજે છે. ત્યારબાદ અમદાવાદ-ટાઉનહોલ ખાતે યોજાયેલ ગણિત-સિદ્ધિના પ્રકાશન-સમારોહને ગુજરાત રાજ્યના મુખ્ય પ્રધાન **શ્રી હિતેન્દ્ર દેસાઈ** તથા ભારત સરકારના આજના ઉપવડાપ્રધાન **શ્રી મોરારજી દેસાઈએ** શોભાવ્યો હતો. આ વખતે ગુજરાતરાજ્યના બીજા પ્રધાનો પણ હાજર હતા, તેમજ શ્રી જયકૃષ્ણ હરિવલ્લભદાસ, બીજા અગ્રગણ્ય ઉદ્યોગપતિઓ, જૂદા જૂદા બજારના પ્રમુખો, પત્રકારો તથા વિદ્વાનોએ પણ સારી સંખ્યામા હાજરી આપી હતી.

આ સમારોહનું મુખ્ય આકર્ષણ આ ગ્રંથના લેખક વિદ્યાભૂષણ ગણિતદિનમણિ સાહિત્યવારિધિ શતાવધાની પંડિત **શ્રી ધીરજલાલ શાહના** ગણિત–સિદ્ધિના ચમત્કારિક પ્રયોગો હતા, એમ કહીએ તો અનુચિત નથી આ પ્રયોગોએ જનતાને ખૂબ જ પ્રભાવિત કરી હતી અને વર્તમાનપત્રોએ તેને યોગ્ય પ્રસિદ્ધિ આપતાં ગણિતનો મહિમા ગુજરાતભરમાં સારી રીતે પ્રસર્યો હતો

ત્યારબાદ સને ૧૯૬૬ ના જાન્યુઆરી માસમાં પંડિતજીના ગણિત–સિદ્ધિના પ્રયોગો પુનઃ એજ ટાઉન હોલમાં વધારે પ્રમાણમા થયા હતા તે વખતે સમારોહનું સ્થાન ગુજરાત રાજ્યના વાહન–વ્યવહાર તથા પંચાયતખાતાના પ્રમુખ **શ્રી વજુભાઈ શાહે** શોભાવ્યુ હતુ અને અતિથિવિશેષ તરીકે ગુજરાત રાજ્યના રાજ્યપાલ **શ્રી નિત્યાનંદ કાનુનગો** પધાર્યા હતા આ વખતે ગણિત–સિદ્ધિ–સ્મારિકાનું પ્રકાશન થયુ હતુ અને તેણે પ્રસંગની શોભામા અભિવૃદ્ધિ કરી હતી

ત્યારબાદ અમદાવાદ શેઠ ચીમનલાલ નગીનદાસ વિદ્યાવિહાર, રાયપુર, મુંબઈ, ખંભાત, ગોધરા આદિ સ્થળોએ પણ પંડિતજીના ગણિત–સિદ્ધિના ચમત્કારિક પ્રયોગો થયા છે અને હાલમાં સુરત શહેરે આ પ્રયોગો વિશાળ પાયે કરાવવાની યોજના હાથ ધરી છે.

આ બધા પ્રસંગો ગણિતની મહત્તાનો પ્રચાર કરવામા સહાયભૂત થયા છે અને તેણે ઉક્ત ત્રણેય પુસ્તકોની લોકપ્રિયતા વધારી આપી છે.

અમારી આ પ્રકાશન–પ્રવૃત્તિમા જેઓ એક યા બીજી રીતે મદદગાર થયા છે, તે સહુનો આ સ્થળે આભાર માનીએ છીએ.

પ્રજ્ઞા પ્રકાશન મંદિરની અન્ય સાહિત્ય–પ્રવૃત્તિઓનો ખ્યાલ આ ગ્રંથની પાછળ આપેલાં વિજ્ઞાપનો પરથી આવી શકશે

—પ્રકાશક



ભારત સરકારના ઉપવડા પ્રધાન
સન્માનનીય શ્રી મોરારજી દેસાઈ

સમર્પણ

ગુજરાતના ગૌરવરૂપ

સન્માનનીય શ્રી મોરારજી દેસાઈને,

જેમની

સત્યનિષ્ઠા, ચારિત્રની નિર્મલતા

તથા

દીર્ઘ દેશસેવાએ

મને

પ્રભાવિત કર્યો છે.



ધીરજલાલ શાહ

વિષયાનુક્રમ

卐

અંક આશ્ચર્યોના પ્રણેતા શ્રી શાહ



મેરે લહુકા જોશ ખબર દે રહા હૈ ખુદ !
સૈયાદ કહાં છુપાતા હૈ ફસ્લે બહારકો !

[ગુજરાતના સુપ્રસિદ્ધ લેખક શ્રી જયભિખ્ખુએ ગુજરાત સમાચારના તા. ૧૭-૧૦-૬૬ના અંકમા ઈંટ અને ઈમારતના કોલમમા પોતાની લાક્ષણિક શૈલિએ શ્રી ધીરજલાલ શાહનો પરિચય આપેલો, તે અહી સાભાર ઉદ્ધૃત કરવામાં આવે છે]

લેખક : જયભિખ્ખુ

વિદ્યા એ કલા છે.
વિજ્ઞાન એ કરામત છે.

ગમે તેવી મામુલી વિદ્યાને જ્યારે વિજ્ઞાનનો સ્પર્શ થાય છે, ત્યારે એ ઇલ્મ બની જાય છે. ઇલ્મ શબ્દ આજે જરાક અપરિચિત લાગે છે. સંસારનું એક આશ્ચર્ય બની જાય છે, એમ કહેવું ઉચિત થશે.

આવાં જ્ઞાન-વિજ્ઞાનનાં આશ્ચર્યોની એક મંજુષા લઈને, એક દહાડો ગુજરાતના પનોતા પુત્ર શ્રી. કે. લાલ અમદાવાદને આંગણે આવ્યા હતા.

અમદાવાદે-ગુજરાતે ડાહ્યા દીકરાઓને દેશાવર ખેડવા આપ્યા છે. લાંબા દેશાવરેથી નહિ, પણ કલકત્તા, સિંધ, હૈદરાબાદ ને ભારતના બીજા પ્રાંતોમાં પર્યટન કરીને ગુજરાતના એક બીજા લાડીલા પુત્ર આજ આપણે આંગણે આવ્યા છે.

એ વિદ્વાન પુત્રનું નામ છે શ્રી ધીરજલાલ શાહ. એ પોતાની સાથે અંકવિદ્યાની અદ્દ્ભુત કરામતો લાવ્યા છે. શતાવધાની એમની પદવી છે. ગણિતદિનમણિ એમનું બિરુદ છે. જનતાના એ આદમી છે, ને જનતાએ હૈયાના ઉમળકાથી એ બિરુદોની નવાજેશ કરી છે.

કે. લાલ પાસે વસ્તુનું મેજીક હતું.

શ્રી. શાહ પાસે મેથે-મેજીક છે. આંકડાના આશ્ચર્યો છે. ભારતવર્ષમાં આ પ્રકારના અંકશાસ્ત્રના આશ્ચર્યો બતાવનાર ગણ્યાગાંઠ્યા કલાકારોમાં એમનું નામ છે, અને બહુ ઊંચું નામ છે !

આકડાશાસ્ત્રનાં અદ્દ્ભુત આશ્ચર્યોમા એક પ્રયોગ એવો છે કે :

એક જણ ત્રણથી ચાર અંકની સંખ્યા લખે. પછી અનુક્રમે છત્રીસ સંખ્યાઓ લખે.

એ છત્રીશ સખ્યામાથી છ સંખ્યા પસંદ કરે. એનો સરવાળો કલાકાર પોતે નહિ કહે.

અદૃશ્ય ઘંટનાદ થશે,

ડંકા એનો સરવાળો કહેશે.

ચાલો, બીજો એક પ્રયોગ !

કોટિ વિકલ્પવાળી એક સંખ્યા લખો !

તેમાં જનતાએ લખેલી ૨૮ સંખ્યાઓ ઉમેરો

થોડું ગણિત કરો.

પ્રશ્નકારોના હાથમાં રહેલી વિવિધ વસ્તુઓ એનો જવાબ આપશે.

ચાલો, સો પુસ્તકોમાથી તમે એક નામ પસંદ કરો.

કલાકાર પોતાની ગણિત–પ્રક્રિયાથી એ પુસ્તકનું નામ કહી આપશે.

આવા અનેક આશ્ચર્યકારી અંકપ્રયોગો કલાકાર શ્રી. શાહ તા. ૧૬મી (ઓકટોબર)ના રોજ અમદાવાદમાં ટાઉન· હોલ ખાતે બતાવવાના છે, જે જોશે તે જાણશે. અહીં તેની તપસીલ આપવી નથી. પણ શ્રી. શાહ ગુજરાતના એ પનોતા પુત્ર છે. ને એથીય વધુ જીવનનું સ્વયં નિર્માણ કરનાર જ્ઞાનની અનેક શાખાઓને સ્વસાધ્ય કરનાર કર્મઠ પુરુષોમાના છે, તેની ગુજરાતને ઓછી ખબર છે.

ઓછી ખબર ઓછી કદરની જનેતા છે. ગુજરાતના સપુતો પરપ્રાંતમાથી નામના રળીને આવે ત્યારે ગુજરાત તાળીઓ પાડવા તૈયાર રહે છે. ને છાતી ફુલાવી ગર્વોન્નત મુખે કહે છે કે, આ અમારા પ્રાન્તનું રત્ન છે. પ્રાંતીયતાને આભડછેટ ગુજરાતને ઘણો છે.

શ્રી. ધીરજલાલ શાહ સૌરાષ્ટ્રમા આવેલા દાણાવાડા નામના નાનાશા ગામડાના વતની છે- એમનેા જન્મ તા. ૧૮મી માર્ચ ૧૯૦૬ના રેાજ સામાન્ય જૈન કુટુંબમાં થયેા હતેા પિતાનુ નામ ટેાકરશીભાઈ, માતાનું નામ મણિબેન.

પિતા ગામડા ગામમાં નાનીશી હાટડી ચલાવતા હતા. શ્રી. શાહ આઠ વર્ષના હતા ત્યારે તેમના પિતાનુ ટૂંકી માંદગીમાં એકાએક અવસાન થયું સપત્તિમાં ખાસ કાંઈ નહેાતુ. દુકાનમા તેા દેવુ નીકળ્યુ.

જીવનની વિષમ કઠિનાઇઓમા માતા મણિબેનની સસ્કારછાયામા શ્રી શાહનું પાલન–પેાષણ થયું ગળાકાપુ ગરીબાઈ એવી હતી કે નાના–મેાટા તમામ શ્રમ શ્રી શાહને કરવા પડ્યા. દુ:ખની શાળા ને શ્રમની મહાશાળામાં એ તૈયાર થયા

માતાએ દળણાં દળી દીકરાને મેાટેા કર્યો. માતા પીસી નાખે એવી મુશ્કેલીમા જીવતી હતી છતા તેણે દીકરાને ‘શ્રમ કરજે ને ધર્મ આચરજે’નું સૂત્ર હમેશા રટાવ્યુ મળ્યું તેા ખાધુ, ન મળ્યું તેા નહિ દુ ખાભ્યાસની આ નિશાળે શ્રી. શાહની કેળવણીના પાયા નંખાયા.

દુ:ખના પાષાણ–ડુંગરા દૈવતના ઝરા વહાવે છે. ઈ સ. ૧૯૧૭મા શ્રી. શાહ સૌરાષ્ટ્ર છેાડી અમદાવાદ આવ્યા અને સી. એન. છાત્રાલયમાં જોડાયા. આ સંસ્થા કિશેારેાના જીવનઘડતર માટે ખૂબ વિખ્યાત હતી. એનું ચારિત્ર્યઘડતર ને કાયા–કેળવણીનું ચણતર આજે પણ એવું ને એવું છે.

શ્રી. શાહને જોતજોતામાં રાષ્ટ્રીય ચળવળનો રંગ લાગી ગયો એ વખતે પૂ. ગાંધીજી અમદાવાદમાં હતા. અમદાવાદ રાષ્ટ્રીય ચળવળનું કેન્દ્ર હતું સરકારી શાળામાં અભ્યાસ કરનાર વિદ્યાર્થીઓમા સહુ પ્રથમ ખાદીની ટોપી પહેરીને વર્ગમાં જનાર એ એક માત્ર વિદ્યાર્થી હતા.

સરકારી શાળાઓ છોડવાનું એલાન આવ્યું ને શ્રી. શાહ રાષ્ટ્રીય શાળા પ્રોપ્રાયટરી હાઈસ્કૂલમાં જોડાયા. ને ગુજરાત વિદ્યાપીઠમા ઈ. સ. ૧૯૨૪માં વિનીત થયા.

કઠિનાઈનો પદે પદે કારમો સામનો કરવો પડતો હતો. ઘેર કમાનાર કોઈ નહોતું. વિદ્યાલયના આચાર્યશ્રીની ખાસ મંજૂરી મેળવી ટયૂશન કરી દર માસે રૂા. ૧૫ માતાને મોકલતા હતા. એ વખતે “નવજીવન” પત્રની બોલબાલા હતી દર રવિવારે એના અંકોનું વેચાણ કરે. અને પૈસો, પૈસો એકત્ર કરી આઠથી દશ રૂપીયા એકત્ર કરે !

એ પરસેવાની મૂડીમાંથી શ્રી. શાહે ખાદી ખરીદી ને એ દિવસથી ખાદીનાં વસ્ત્રો ધારણ કર્યાં, જે આજે પણ ચાલુ છે.

માતા મણિબેન વિશેષ ભણ્યા ન હતા, પણ સ્મરણ-શક્તિ એવી હતી કે, એક વાર કોઈનું પ્રવચન સાભળ્યું કે બધું યાદ રહી જાય. શ્રી શાહ માટે એ શાળા હતાં.

વિનીતનો અભ્યાસ પૂરો કરતાં જ યોગક્ષેમનો પ્રશ્ન સામે આવીને ખડો થયો. શ્રી શાહ આજીવિકા પણ વિદ્યાના ક્ષેત્રદ્વારા પ્રાપ્ત કરવા માગતા હતા.

ચિત્રકારના ક્ષેત્રમાં તેઓએ પદાર્પણ કર્યું. સુપ્રસિદ્ધ પોર્ટ્રેઈટ પેઈન્ટર શ્રી. નાનાલાલ જાની પાસે રહ્યા. ત્યારબાદ કલાગુરૂ રવિશંકર રાવળના વિદ્યાર્થી બન્યા.

ચિત્રકારિત્વના ક્ષેત્રે સવિશેષ ચમકારા દર્શાવે તે પહેલાં, એક ટોણાનો પ્રસગ બન્યો, ને બસો–ત્રણસોની આવક છોડી સી. એન. છાત્રાલયમાં તેઓ ધર્મશિક્ષક બનીને બેસી ગયા. ત્યારબાદ વિદ્યાલય શરૂ થતાં પ્રથમ શિક્ષક બનવામા આનંદ માન્યો.

છાત્રાલયમાં હતા ત્યારે 'છાત્ર' નામનું માસિક ચલાવતા. ઈ સ. ૧૯૩૧ મા "જૈન જ્યોતિ" નામનું વાર્તા ને લેખોનું માસિક કાઢ્યું. ટૂંક સમયમાં લોકપ્રિયતા વરતાં એ સાપ્તાહિક બન્યું. અને અમુક વખતે એ દૈનિક પણ બની ગયું. હતું તો સમાજનું પત્ર પણ, રાષ્ટ્રીયતા ને ક્રાંતિકારના રંગે રંગાયેલું હતું.

આ સાથે 'જૈન શિક્ષણપત્રિકા' નામનું એક માસિક પણ ચલાવતા. આમ જનતા માટે 'નવી દુનિયા' નામનું ચિત્રોથી, રેખાંકનોથી સભર સાપ્તાહિક પ્રગટ કર્યું. પોતાની ટૂંકી કારકીર્દિમાં એ પત્રકાર જગતમા અવનવા રગો પૂરી ગયું.

શ્રી શાહ ખડતલ પુરુષ છે. સદા જાગ્રત છે. આજે પણ અઢાર કલાક કામ કરતાં તેમને શ્રમ ભાસતો નથી. એ વખતે તો પગ મારીને પત્થરમાંથી પાણી કાઢે તેવા હતા. એક સાહસિક પ્રવાસી તરીકે તેઓ બ્રહ્મદેશ–ચીનની

સરહદે ભમી આવ્યા. ડાંગના જંગલોમા ઘૂમ્યા. અજંતા–ઈલુરા વગેરેની યાત્રાઓ કરી.

શ્રી. શાહની પ્રતિભા અહીં કવિ તરીકે ઝળકી ઊઠી. ‘અજંતાનો યાત્રી’ નામે ખંડકાવ્યની રચના કરી ‘ઈલુરાનાં ગુફા મંદિરો’ ને ‘કુદરત ને કલાધામમા વીસ દિવસ’ નામના પ્રવાસગ્રંથો આપ્યા ગુજરાતના સાક્ષરોએ તેને સ્તુતિપાત્ર લેખ્યા.

કલાદેવીના કોઈ પણ સ્વરૂપની પૂજા–આરાધનામા શ્રી. શાહ પાછળ રહે તેવા નહોતા અને નથી તેઓએ ‘જ્યોતિ કાર્યાલય’ નામની એક સંસ્થા સ્થાપી. ને પત્રપ્રકાશન ઉપરાત ગ્રંથપ્રકાશન આરંભ્યું.

બાલસાહિત્યનું ક્ષેત્ર એ વખતે અલ્પ હતું. તેઓએ બાલ ગ્રંથાવલિ, વિદ્યાર્થી વાચનમાળા, કુમાર ગ્રંથમાલા, વગેરે ગ્રંથશ્રેણીઓ શરૂ કરી ને પોતાના લખેલ કે સંપાદન કરેલાં લગભગ ત્રણસોથી વધારે પુસ્તકોની ફૂલછાબ મા ગુર્જરીને ચરણે ધરી

‘સારા કાર્યમા સો વિઘ્ન’ એ ન્યાયે જ્યોતિ કાર્યાલય પર આર્થિક તંગીનાં વાદળો ઉમટી આવ્યા પોતાની મૂડી હોમવા છતાં એ સંસ્થા ટકી નહિ અને તેને સમેટી લેવી પડી.

શ્રી શાહ અમદાવાદનું કાર્યક્ષેત્ર છોડી મુંબઈ ગયા ત્યારે હૈયામાં હામની ને હાથમા શ્રમની મૂડી શેષ હતી.

શ્રી. શાહ યોગના પણ અભ્યાસી હતા. તેઓ યોગ અને અન્ય ચિકિત્સા દ્વારા-રોગો મટાડનાર ચિકિત્સક બન્યા. ૧૯૪૧ માં સરકારી માન્યતા લીધી. 'જીવનવિકાસ' નામનું પત્ર પણ પ્રગટ કર્યું.

આ વખતે કેવલ નિજાનંદ માટે શીખેલા અવધાન-પ્રયોગની એમને યાદ આવી. સ્મરણશક્તિના આ પ્રયોગો પહેલવહેલા તેઓએ ઉત્તર ગુજરાતના વીજાપુરમાં તા. ૨૯—૯—૩૫ ના રોજ કર્યા હતા ને પહેલે પગલે અદ્‌ભુત વિજય મેળવ્યો હતો. '**શતાવધાની**'ના બિરુદ સાથે સુવર્ણચંદ્રક પ્રાપ્ત કર્યો હતો.

ઈ. સ. ૧૯૩૫ થી ઈ સ. ૧૯૬૨ ના ગાળામાં આ ક્ષેત્રે તેઓએ અદ્‌ભુત પ્રગતિ કરી. અનેક નગરોમાં પોતાના અવધાનપ્રયોગો કર્યા. ને જીવંત અવધાનશાળા બની બાવીસ જેટલા શિષ્યો પણ નિષ્પન્ન કર્યા.

જ્ઞાનીને મન જીવની હર પળ ઉપાસનાની છે. શ્રી. શાહ અવધાનપ્રયોગો પછી ગણિતના ઉંડા રહસ્યની ખોજમાં પડ્યા ને એમાં પરાકાષ્ટાની સિદ્ધિ હાંસલ કરી તેઓએ પોતાની આ સિદ્ધિને પ્રસિદ્ધિ આપે તેવા ત્રણ ગ્રંથો સર્જ્યા છે, જે જોનારને તેમના ઊંડા જ્ઞાનની ખાતરી થઈ જાય છે.

(૧) ગણિત ચમત્કાર, (૨) ગણિત રહસ્ય, (૩) ગણિત સિદ્ધિ.

ગણિતના પ્રયોગો ગ્રંથસ્થ કરવા ઉપરાંત તેઓ જાહેર

રીતે પણ એ પ્રયોગો પ્રજા સમક્ષ રજૂ કરે છે, ને ત્યારે દ્રષ્ટાઓનાં મન-ચિત્ત આશ્ચર્ય અનુભવે છે. ને કલ્પનાતીત કહી એને બિરદાવે છે.

સને ૧૯૫૭ માં તેમને મુંબઈ ખાતે 'સાહિત્યવારિધિ'ની, સને ૧૯૬૬ માં સુરત ખાતે 'ગણિતદિનમણિ'ની તથા સને ૧૯૬૭માં રાયપુર-મધ્યપ્રદેશ ખાતે 'વિદ્યાભૂષણ'ની પદવી પ્રાપ્ત થયેલી છે.

આપણે કલાકાર શ્રી. શાહની કદર બુઝીએ. એવું ન થાય કે કલાનું આ ઝરણું ઉત્તેજનાવિહીન ઉષર ભૂમિમાં વિલીન થઈ જાય.

કલાનો વિજય હો!



ગણિત–સિદ્ધિના સાત પ્રયોગો

જેણે

અમદાવાદની–સુજ્ઞ–સંસ્કારી જનતાનું અજબ આકર્ષણ કર્યું.

[અમદાવાદના અખબારોએ ગણિત–સિદ્ધિ સમારોહની કાર્યવાહીને પૂરતી જાહેરાત આપી હતી, તેમજ પ્રયોગોની પણ સવિસ્તર નોંધ લીધી હતી, તેમાંથી ‘ જનસત્તા ’એ તા. ૧૭–૧૦–૬૬ના રોજ પ્રકટ કરેલી નોંધ અહીં અક્ષરશ પ્રકટ કરવામાં આવે છે.]

આંકડાની કરામતથી સાડા ચાર લાખ અંગ્રેજી શબ્દોમાંથી શોધાયેલો ચોક્કસ શબ્દ

ગણિતશાસ્ત્રમાં નિષ્ણાત અને ગણિત અંગે અનેક પ્રયોગો કરનાર શતાવધાની મૂળ અમદાવાદના વતની અને હાલમાં મુંબઈમાં રહેતા શ્રી ધીરજલાલ ટોકરશી શાહે લખેલો “ગણિત–સિદ્ધિ” ગ્રંથ શ્રી મોરારજીભાઈ દેસાઈને અર્પણ કરવાના સમારંભ વખતે ગણિતસિદ્ધિના સાત જેટલા પ્રયોગો તેમણે સફળતાપૂર્વક કરી બતાવ્યા હતા. આ પ્રસંગે ગણિતની

ગણતરીમાં ભૂલો ન થાય તે જોવા માટે આગેવાન ગણિત-શાસ્ત્રીઓને પ્રશ્નો પૂછનારાઓની મદદમા આપવામાં આવ્યા હતા.

અટપટો નિર્ણય :

પ્રથમ પ્રયોગ 'અટપટા નિર્ણય' વિષે હતો. આ પ્રયોગ હેઠળ ૭ જિજ્ઞાસુઓને ત્રણ જૂથમાં જૂદી જુદી વસ્તુઓના પેકેટ વહેંચવામાં આવ્યા હતા અને જે ૭ ભાઈઓ પ્રેક્ષકો-માંથી સ્ટેજ ઉપર આવ્યા હતા, તેમને પોતાની પસંદગીના બંધ કરેલા પેકેટ આપવામાં આવ્યા પછી ગણિતની કરામતથી શ્રી. ધીરજલાલે કયા ભાઈની પાસે શી વસ્તુ છે ? તે તુરત જ કહી બતાવી હતી. આ નિર્ણય ઉપર આવતા પહેલાં શ્રી. ધીરજલાલે ૭ સભ્યોને પોતાના પેકેટો ખોલી અંદરની ચીજો ગણવા જણાવ્યુ હતું. ત્યાર બાદ શ્રી. મોરારજીભાઈ દેસાઈને ગમે તે બે રકમનો આંકડો બોલવાનું કહેતા શ્રી મોરારજી-ભાઈએ ૫૧ નો આકડો કહેતા તમામ સભ્યોને ૫૧થી માંડીને અનુક્રમે અન્ય રકમોથી ગુણવા કહીને પછી થોડી પળ આંખો મીંચી ૭ ભાઈઓ પાસે કયા પ્રકારનો સૂકો મેવો હતો, તે તેમણે જાહેર કર્યું હતું.

પુસ્તકની પસંદગી :

'પુસ્તકની પસંદગી' અંગેના બીજા પ્રયોગમાં તો ભારે રંગત જામી હતી. વિદ્વાનો દ્વારા ચૂંટાયેલા ગુજરાતી ભાષાના ૧૦૦ જેટલા સુંદર પુસ્તકો ટેબલ ઉપર વ્યવસ્થિત રીતે ગોઠવવામાં આવ્યા હતા. પ્રેક્ષકોમાંથી બે ભાઈઓને સ્ટેજ

ઉપર બોલાવ્યા પછી તેમને આ ૧૦૦ પુસ્તકોમાંથી એક પુસ્તક પસંદ કરવા જણાવવામા આવ્યું હતું. બીજી બાજુથી પ્રેક્ષકોમાંથી પણ ૧ થી ૧૦૦૦ સુધીની ગમે તે રકમો છ વ્યક્તિઓ પાસેથી મંગાવવામા આવી હતી. પ્રયોગકાર શ્રી. ધીરૂભાઈએ પ્રેક્ષકોને આશ્ચર્ય પમાડે તે રીતે ગણિતની પ્રક્રિયાથી તુરત જ પુસ્તકનું નામ શોધી કાઢ્યું હતું, જેનું નામ હતું "દ્વિરેફની વાતો ભાગ ૩."

ભાગ્યપરીક્ષા :

ભાગ્યપરીક્ષાના પ્રયોગ વખતે ઈનામમાં આપવાની આકર્ષક ચીજો ટેબલ ઉપર રજૂ થતાં ઘણા લોકો સ્ટેજ ઉપર ભાગ લેવા દોડી આવ્યા હતા, પરંતુ ત્રણ ભાઈઓને–પસંદ કરવામાં આવ્યા હતા શ્રી ધીરૂભાઈએ જાહેર કર્યું હતું કે ૨૦ કવરોમાની લકી કુપનોમાં ટી સેટ, થર્મોસ ચાદીના પ્યાલા, પુસ્તકો, રાષ્ટ્રીય બચત સર્ટીફીકેટ અને રોકડ ઈનામનો સમાવેશ થાય છે કવરોમાં બે કવરો ખાલી ચીઠીવાળા હતા. પ્રેક્ષકોમાંથી સ્ટેજ ઉપર આવેલા ત્રણ ભાઈઓને કોઈ પણ એક પુસ્તક ટેબલ ઉપરથી ઉપાડી તેના પાનાના આધારે ગણિત ગણવા જણાવ્યા પછી જે ઉત્તર મળ્યો, તે મુજબ ૨૦ કવરોમાથી એક કવર ઉપાડયુ હતું. આમ હિસાબ કરાવતાં પ્રથમ બે કવરો ખાલી નીકળ્યા હતા, જ્યારે ત્રીજા નંબરના ભાઈને ઈનામમાં દેશી હિસાબની ચોપડી આવી હતી આમ આકર્ષક ચીજોવાળાં ઈનામો માટે કોઈ ભાગ્યશાળી નીવડયું નહોતું.

સમુદ્રમંથન :

"સમુદ્રમંથન" ના પ્રયોગમાં સાર્થ ગુજરાતી જોડણીકોષ (૫૬૮૩૦ શબ્દોવાળો) હિંદી કોશ (૧૨૫૫૬૮ શબ્દોવાળો) અને અંગ્રેજી ડીક્શ્નેરીમાંથી (૪૫૦,૦૦૦ શબ્દોવાળી) એક ભાઈએ પસંદ કરેલા અંગ્રેજી ડીક્શ્નેરીમાંથી ગણિતના આધારે નિર્ણિત થતો શબ્દ "જેન્ડર" કહી બતાવતાં સૌ કોઈએ તાળીઓના ગડગડાટથી તેમને વધાવી લીધા હતા.

આજના મશીનયુગ કોમ્પ્યુટરના જમાનામાં માનવ-કોમ્પ્યુટર સમા પંડિત શ્રી. ધીરજલાલ શાહના ગણિત-સિદ્ધિના આ પ્રયોગોની સૌ કોઈએ ભારે પ્રશંસા કરી હતી.



પૂર્તિ

અટપટા નિર્ણયના પ્રયોગમાં સ. શ્રી મોરારજીભાઈએ ૫૧નો આંક કહ્યા પછી પ્રયોગકારે છ જિજ્ઞાસુઓને અનુક્રમે પોતાની વસ્તુસંખ્યાને ૫૧, ૫૨, ૫૩, ૫૪, ૫૫ તથા ૫૬થી ગુણવાનું જણાવ્યું હતું અને એ ગુણાકાર થયા પછી ૧ તથા ૨ને, ૩ તથા ૪ને, તેમજ ૫ તથા ૬ને પરિણામોનો સરવાળો કરવા જણાવ્યું હતું. એ સરવાળાની સંખ્યા સાંભળ્યા પછી પ્રયોગકારે જિજ્ઞાસુઓની પાસે રહેલી સૂકા મેવાની વસ્તુઓનાં નામો બરાબર કહી આપ્યા હતાં.

—સમુદ્રમંથનના પ્રયોગમાં ગુજરાતી જોડણી કોશ, હિંદી બૃહત્ કોશ અને વેબ્સ્ટર અંગ્રેજી ડીક્ષનેરી ઉપરાંત ૨ા લાખ શબ્દવાળી સંસ્કૃત–અંગ્રેજી ડીક્ષનેરી પણ રાખવામાં આવી હતી. આ ચાર ડીક્ષનેરીઓમાથી અંગ્રેજી ડીક્ષનેરી પસંદગી પામતાં તેમાનો શબ્દ કહી સંભળાવ્યો હતો, તથા તેનો અર્થ પણ બરાબર કહેવામાં આવ્યો હતો.

—ઉપર્યુક્ત નોંધમાં ત્રીજા, પાંચમા તથા સાતમા પ્રયોગની નોંધ નથી, તે નીચે પ્રમાણે સમજવી:

પ્રયોગ ત્રીજો—મનમાં ધારેલી વસ્તુ કહી આપવી.

એક ટેબલ પર ૩૦ રકાબીઓમાં મેવા, મીઠાઈ આદિ જૂદી જૂદી વસ્તુઓ ગોઠવવામા આવી હતી. તેમાં દરેક વસ્તુ બે રકાબીઓમાં હતી. તેમાંની એક વસ્તુ એક બહેને મનમા ધારી લીધી હતી અને તેનું નામ લખી પ્રમુખશ્રીને આપતા પ્રમુખશ્રીએ એ કાગળ તેમની પાસે બેઠેલા શ્રી ઈન્દુમતીબહેનને આપ્યો હતો ત્યારબાદ પ્રયોગકારે વસ્તુનું નામ આપતાં તે બરાબર હોવાનું જાહેર કરવામાં આવ્યુ હતું

પ્રયોગ પાંચમો—અદશ્ય ઘંટનાદ.

એક જિજ્ઞાસુએ ૬ × ૬ ના ૩૬ કોઠાના યંત્રમાં ૩૩૩થી શરૂ કરીને અનુક્રમે ૩૬ સંખ્યાઓ લખી હતી. તેમાથી કોઈ એક સંખ્યા ધારીને તેના પર લાલ પેનસીલથી કુંડાળું દોર્યા બાદ તેની સીધી તથા આડી લીટીમાં આવતી સંખ્યાઓને વાદળી રંગની ચોકડીઓ મારી હતી, એટલે કે તે સંખ્યા ધારવાની ન હતી. આ રીતે છ સંખ્યાઓ ધારી લીધા બાદ તેનો સરવાળો કરવામાં આવ્યો હતો અહીં પ્રયોગકારે એટલું જ પૂછ્યું હતું કે 'કેમ સરવાળો થઈ ગયો?' તેનો ઉત્તર હકારમા મળતા તેમણે 'ॐ ह्रीँ अर्हं नमः' એ મંત્રનો ત્રણ વાર ઉચ્ચાર કર્યો હતો અને તરત જ અદૃશ્ય ઘંટ વાગવા લાગ્યો હતો, જેમાં અનુક્રમે ૨, ૧, ૧૦ અને ૩ ટકોરા સંભળાયા હતા, જે ૨૧૦૩ના

ઉત્તરનું સૂચન કરતા હતા. ઉત્તર તદ્દન ખરો હતો. આ ઉત્તરથી બધા જ પ્રેક્ષકો ભારે આશ્ચર્યમા ડૂબી ગયા હતા.

પ્રયોગ સાતમો—કોટિવિકલ્પ.

આ પ્રયોગમાં એક જિજ્ઞાસુએ ૫૦ ક્રોડથી ઉપર અને ૧ અબજની અંદરની એક સંખ્યા કાગળ પર લખી હતી. બાદ પ્રેક્ષકોને ૧ લાખ સુધીની ગમે તે સંખ્યા લખવાનું કહેતા સેંકડો પ્રેક્ષકોએ જૂદી જૂદી સંખ્યાઓ લખી હતી. તે સ્વયંસેવક ભાઈઓએ એકઠી કરી ગણિતસમિતિ આગળ રજૂ કરતા તેમાથી ૨૮ ચીઠ્ઠીઓ ઉપાડવામાં આવી હતી અને તેનો સરવાળો કરવામાં આવ્યો હતો. આ સંખ્યાઓમાં ૧ લાખથી વધારેની સંખ્યાઓ પણ લખવામાં આવી હતી અને તેથી તેનો સરવાળો ૩૧ ક્રોડ ઉપરાત થયો હતો. ત્યારબાદ પ્રયોગકારે ૭૦ ક્રોડ ઉપરાંતની એક સખ્યા લખાવી થોડી ગણિતપ્રક્રિયા કરાવી હતી અને અંકસિદ્ધિની મુદ્રા દર્શાવનારો એક વાટવો રજૂ કર્યો હતો. તે જિજ્ઞાસુને આપી તેમાંની વસ્તુ ગણવા જણાવ્યું હતું. ત્યારબાદ આવેલી સંખ્યાના આંકડાનો સરવાળો કરવા જણાવ્યું હતું અને તે મેળવી લેવા સૂચવ્યું હતું. અહીં જિજ્ઞાસુએ કહ્યું કે સંખ્યાના (૪૫) સરવાળા કરતાં ૧ વસ્તુ ઓછી છે (૪૪), એટલે તરત જ પ્રયોગકારે વાટવો ખંખેરવા જણાવ્યું હતું અને તેમાથી ૧ વસ્તુ મળી આવતાં પ્રેક્ષકોના આનંદનો પાર રહ્યો ન હતો. તેમણે તાળીઓના ગડગડાટથી પ્રયોગ-કારને અભિનંદન આપ્યા હતા.

ત્યારબાદ પ્રયોગકારે પ્રેક્ષકોમાંથી જૂદી જૂદી વ્યક્તિઓને સ્ટેજ પર બોલાવી સોપારી, ખારેક, ફળ આદિનો પ્રસાદ આપતા તેની સંખ્યા પ્રમાણે જ જિજ્ઞાસુની સંખ્યાના આંકડા મળી રહ્યા હતા, જેણે સહુને આશ્ચર્યમુગ્ધ બનાવી દીધા હતા.

ત્યારબાદ પુષ્પહાર, આભારદર્શન આદિ વિધિ થયો હતો અને બેન્ડ દ્વારા જન-મન-ગણની મધુર તરજો હવામાં ગુંજી રહી હતી.

છેવટે સહુ આનંદમય વાતાવરણમાં વિખરાયા હતા.

卐

ગણિતશાસ્ત્રની શક્તિનો જાદુમય રીતે પરચો !

શતાવધાની શ્રી. ધીરજલાલ શાહે રજૂ કરેલા અદ્‌ભુત પ્રયોગો

અમદાવાદ, રવિવાર:
તા. ૨૨-૧-૬૭

શતાવધાની ગણિતજ્ઞ શ્રી ધીરજલાલ શાહે આજે ટાઉન હોલ ખાતે ગણિતવિદ્યાના બળથી કરેલા અગિયાર પ્રયોગો દ્વારા પાટનગરની પ્રજાને ગણિતશાસ્ત્રની શક્તિનો પરચો બતાવીને મુગ્ધ બનાવી દીધા હતા. આ પ્રસંગે રાજ્યપાલ-શ્રી કાનુન્ગોએ મુખ્ય મહેમાન તરીકે અને પંચાયતપ્રધાન-શ્રી વજુભાઈ શાહે પ્રમુખસ્થાનેથી પંડિત ધીરજલાલની શક્તિને તથા ગણિતવિદ્યાની પારાવાર સંપત્તિને ભાવભરી-અંજલિ આપી હતી.

ગીતાજીમાંથી કોઈ એક પૃષ્ઠ પસંદ કરી ગણિતની-ગણતરી પછી તે પૃષ્ઠ વંચાઈ જાય, અસંખ્ય નમુનાઓનામાંથી-પ્રેક્ષકોએ ઉપાડેલા નમુના વગર જોયે ઓળખી બતાવાય,

-અમુક વ્યક્તિઓએ લખેલી રકમો કોરા કાગળ ઉપર ગણુતરી બાદ લખાઈ આવે, ધારેલી સંખ્યાઓ ઘંટનાદથી જાહેર થાય, એક યાદીમાંથી ધારેલા પ્રશ્ન શોધી આપવામાં આવે, પસંદ કરેલા ચિત્રનું વર્ણન જોયા વિના થાય, ગુમ થયેલી ચીજ શોધી કઢાય વગેરે પ્રયોગોથી હાજર રહેલા આમંત્રિતો મુગ્ધ બન્યા હતા

લગભગ જાદુ જેવા લાગતા ગણિતના આ પ્રયોગો ખરેખર તો કેટલાક ગણિત બાદ શક્ય બનતા હતા. અને ગણિત કરવામા જ જતો સમય સનસનાટીભર્યા પ્રયોગોની તીવ્રતા થોડી ઓછી કરતો હતો, છતાં જે સનસનાટીભરી રીતે પરિણામો જાહેર થતા હતાં, તેથી પ્રેક્ષકોને આ વચગાળાનો સમય કંટાળાજનક લાગતો ન હતો.

તેઓ કઈ રીતે ગણુતરી થાય છે, તે સમજવા ખાતર -આતુરતાથી ગણિતના આકડા સરવાળા અને ગુણાકારોને સમજવાની કોશીશ કરતા હતા. આમ ગણિતમાં જતો શુષ્ક સમય પણ કેમ અને શું ની તીવ્ર આતુરતામય બની પ્રેક્ષકોને વિચારમય કરી રાખતો હતો.

ગુજરાતના આ સપુતના પ્રયોગો શ્રી જયકૃષ્ણ હરીવલ્લભદાસના પ્રમુખપદે નીમાયેલી સ્વાગત સમિતિએ યોજ્યા હતા.

સમિતિ તરફથી સમિતિના મંત્રી શ્રી ચંદ્રકાંત છોટાલાલ -ગાંધીએ આવકારપ્રવચન કર્યું હતું.

રાજ્યપાલશ્રીએ પોતાના ઉદ્બોધનમાં ગણિતના મહત્વ

ઉપર ભાર મૂક્યો હતો અને દાખલાઓ ટાંકીને વિદ્યાર્થી આલમને ગણિતની અભિરુચિ કેળવવા અનુરોધ કર્યો હતો.

પંચાયતપ્રધાન શ્રી વજુભાઈ શાહે કહ્યું હતું કે, જીવનનું તંત્ર ગણિતના આધાર ઉપર ચાલે છે. દિવસ-રાત કે આબોહવા ગણિતની સચોટતાથી નિરંતર એકધારી રીતે ચાલે છે. યંત્રયુગમાં ગણિત મહત્ત્વનું છે અને તેનો અભ્યાસ આવશ્યક છે.

તે વખતે અગિયાર પ્રયોગોનો કાર્યક્રમ નીચે પ્રમાણે યોજાયો હતો-

૧-ગણિતાધારે ગીતાજીના શ્લોકનો પાઠ

વિદ્વાનોની મંડળીને શ્રીમદ્ ભગવદ્ગીતાનુ પુસ્તક આપવામાં આવશે. તેમાંથી તેઓ ૧ પૃષ્ઠ નક્કી કરશે. બાદ પ્રયોગકાર થોડું ગણિત કરાવશે અને તેનો ઉત્તર મળતાં ચિત્તવૃત્તિને તેના પર એકાગ્ર કરશે કે ઉક્ત પૃષ્ઠમાં મુદ્રિત થયેલા શ્લોકો પ્રાર્થના તરીકે સંભળાવશે. ત્યારબાદ વૈદિક શાંતિપાઠ બોલાશે

૨-વસ્તુની પસંદગી

વૈજ્ઞાનિકો તથા વિદ્વાનોની સમિતિ દ્વારા નક્કી થયેલ અનાજ, ઔષધિ, રંગ, રસાયણ આદિ ૧૦૦ વસ્તુઓ ચાર ટેબલ પર વ્યવસ્થિત ગોઠવાયેલી હશે. ત્રણ જિજ્ઞાસુઓની મંડળી તેમાંથી કોઈ એક વસ્તુ પસંદ કરશે. ત્યારબાદ પ્રયોગ-

કાર પ્રેક્ષકોને આશ્ચર્ય પમાડે તેવી ગણિતપ્રક્રિયાથી એ વસ્તુનું નામ શોધી કાઢશે અને જાહેર કરશે.

૩–કોરા કાગળમાંથી ઉત્તરનું પ્રકટવું

ત્રણ વ્યક્તિઓ પોતાને ઠીક લાગે તેવી સંખ્યાઓ લખશે. પ્રયોગકાર તેમને થોડું ગણિત કરાવશે. તેના પરિણામોનો સરવાળો થશે એ સરવાળાની રકમ પુષ્પથાળમાં પડેલા કોરા કાગળમાથી જલસંયોગે પ્રકટ થશે.

૪–અદૃશ્ય ઘંટનાદ

જિજ્ઞાસુ ત્રણ કે ચાર અંકની કોઈ પણ સંખ્યાથી શરૂ કરીને ક્રમશઃ ૪૯ સંખ્યાઓ લખશે. પછી તેમાંથી ૭ સંખ્યાઓ પસંદ કરશે. આ સરવાળાની સંખ્યા શું હશે? તેનો ઉત્તર પ્રયોગકાર ઘંટનાદથી આપશે. વિશેષ નોંધપાત્ર બીના એ હશે કે આ પ્રયોગમાં જિજ્ઞાસુને કોઈ પણ પ્રકારની ગણિતપ્રક્રિયા કરાવવામા આવશે નહિ.

૫–અનંતમાં એક દૃષ્ટિપાત

પ્રયોગકાર એન્સાઈક્લોપીડિયા બ્રિટાનિકાના ૨૪ વોલ્યુમ અથવા એન્સાઈક્લોપીડિયા અમેરિકાના ૩૦ વોલ્યુમમાંથી ગણિતાધારે નિર્ણીત થતી કોઈ પણ પંક્તિ ગ્રંથ જોયા વિના વાંચી બતાવશે.

પ્રવચનાદિ

૬–અટપટો નિર્ણય

૭ જિજ્ઞાસુઓને જૂદી જૂદી વસ્તુઓના પેકેટ વહેંચ-

વામાં આવશે. તેમાથી તેઓ પોતાની પસંદગી પ્રમાણે પેકેટો વહેંચી લેશે. પ્રયોગકાર ગણિતની કરામતથી કોણે કઈ વસ્તુનું પેકેટ પસંદ કરેલું છે, તે કહી આપશે.

૭–ધારેલો પ્રશ્ન કહી આપવો

પ્રશ્નકાર ૧૨૭ પ્રશ્નોની યાદીમાંથી એક પ્રશ્નની ધારણા કરશે, તે ગણિતના આધારે શોધી કાઢવામાં આવશે અને તેનો ઉત્તર પણ આપવામાં આવશે.

૮–પ્રાણીચિત્રનું સવિસ્તર વર્ણન

પ્રશ્નકાર ગણિતાધારે ૨૦ પ્રાણીચિત્રોમાંથી ૧ ચિત્ર ગ્રહણ કરશે. પ્રયોગકાર તે ચિત્ર જોયા વિના જ તેનું સવિસ્તર વર્ણન કરશે.

૯–ગુમ થયેલા ઝવેરાતનો ભેદ

એક શો–કેસમા ઝવેરાતના ૮ બોકસો ગોઠવેલાં હશે અને તેમાં જૂદી જૂદી વસ્તુઓ મૂકેલી હશે. છવ્યક્તિઓની એક મંડળી એ શો–કેસ પાસે જશે અને તેમાંની એક વ્યક્તિ તેમાંથી એક બોકસ ઉઘાડીને તેમાંથી મૂકાયેલી વસ્તુ કાઢી લેશે અને તે સાચવવા માટે બીજાને આપી દેશે. વળી તે કોઈ ત્રીજી વ્યક્તિને આપી દેશે, પરંતુ પ્રયોગકાર ગણિતની પ્રક્રિયાથી એ આખીયે ઘટનાનો ભેદ પારખી જશે અને કોણે કઈ વસ્તુ લીધેલી અને હાલ કોની પાસે છે? તે જાહેર કરશે.

૧૦–પ્રસાદીમાંથી પરિણામની પ્રાપ્તિ

જિજ્ઞાસુ આઠ અંકની સંખ્યા લખશે. તેમાં પ્રેક્ષકોએ લખેલી ૧૪ સંખ્યાઓ ઉમેરવામાં આવશે. બાદ થોડી ગણિતપ્રક્રિયા થશે અને તેનું પરિણામ પ્રયોગ દ્વારા અપાતી પ્રસાદીમાંથી પ્રકટ થશે

૧૧–શ્રી મહાવીર–વચનામૃત

વિશ્વવંદ્ય ભગવાન મહાવીરના સદુપદેશમાંથી ચૂટાયેલાં ૧૦૦ સોનેરી વાક્યો એક ટેબલ પર ગોઠવાયેલા હશે. તેમાંથી પ્રશ્નકાર ગણિતના આધારે ત્રણ કાર્ડ ગ્રહણ કરશે. એ કાર્ડમા શું લખ્યુ હશે ? તે દિવ્યધ્વનિ અને વિવિધ-રંગી પુષ્પોની વૃષ્ટિ સાથે અંતરીક્ષમાંથી સંભળાશે.



ગણિત-સિદ્ધિ

ગણિત એ માત્ર વિજ્ઞાનનો જ નહિ, જીવનનો પણ પાયો છે.

—શ્રી મોરારજી દેસાઈ

[૧]

ઉપક્રમ

મનુષ્યોએ ઘણા ઘણા પ્રયત્નો–પ્રયાસો કર્યા પછી ગણિતમાં સિદ્ધિ મેળવી છે અને તેના આધારે પ્રકાશ, ગતિ વગેરેના નિયમો ઘડીને ચંદ્ર તથા અન્ય ગ્રહોમાં પહોંચવાની હામ ભીડી છે. હજી મનુષ્યો જે કંઈ પ્રગતિ કરશે, તેમાં ગણિતનો હિસ્સો સહુથી મોટો હશે.

રાજ્યતંત્ર ચલાવવામાં ગણિતની જરૂર પડે છે. ગણિત ન હોય તો કેટલું મહેસુલ આવશે? કેટલું ખર્ચ થશે? તેની ખબર પડે નહિ. વળી દર માસે કર્મચારીઓને કેટલો પગાર વહેંચવો પડશે, કેટલું ભથ્થું આપવું પડશે તથા તે અંગે ભવિષ્યની જવાબદારીઓ કેટલી રહેશે? તેનો ગણિતની સહાય વિના નિર્ણય થઈ શકે નહિ. તે જ રીતે બજેટ ઘડવામાં, યોજનાઓ તૈયાર કરવામાં તથા લોન વગેરેની ગણતરી કરવામાં ગણિતની જરૂર પડે છે અને ઈન્કમટેકસ, સેલ્સટેકસ આદિ વિવિધ પ્રકારના ટેકસો–કરો ઉઘરાવવા માટે પણ ગણિતજ્ઞાનની અપેક્ષા રહે છે. ટૂંકમાં આજની પરિસ્થિતિ

એવી છે કે ગણિત વિના ડગલું પણ ભરાય નહિ. જો ગણિત ખોટું હોય તો આખું તંત્ર તૂટી પડે.

રેલ્વે, પોસ્ટ, વીમા કંપનીઓ, કારખાનાંઓ, મીલો, હુન્નર-ઉદ્યોગો કે વ્યાપારી પેઢીઓ પૈકી કોને ગણિતની જરૂર પડતી નથી? એક નાની હાટડી માંડીને બેઠો હોય તેને પણ ગણિતની જરૂર પડે છે.

તો શું ખેડૂત કે કારીગરને ગણિતની જરૂર પડતી નથી? કેટલો પાક ઉતર્યો? તે શા ભાવે વેચવો? તેમાં નફો-નુકશાન શું? તે અંગે સરકારી મહેસુલ કેટલું ભરવું? સહકારી મંડળીઓ અંગે અથવા શરાફ સાથે લેવડ-દેવડ કેટલી? વગેરે બાબતોનો નિર્ણય ગણિતજ્ઞાન હોય તો જ થઈ શકે તે જ રીતે કારીગરને પણ માલ, સામાન, મજૂરી, નફો વગેરેની ગણતરી કરવા માટે ગણિતજ્ઞાનની ખાસ જરૂર રહે છે.

જે ખેડૂતો કે કારીગરો ગણિતજ્ઞાનથી વંચિત રહે છે, તેની હાલત કફોડી થાય છે. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો: તેઓ પરસેવો વાળીને જે કંઈ કમાય છે, તેનો મોટો ભાગ બીજાઓ દ્વારા લૂંટાઈ જાય છે. 'સત્તર પંચા પંચાણું, બે મૂક્યા છૂટના, લાવો પટેલ સોમા બે ઓછા'* આવો વ્યવહાર ગણિતજ્ઞાન ન હોય ત્યાં જ સંભવી શકે છે.

અમે તો એમ કહીએ છીએ કે ગણિત વિના રબારી-

---

* ૧૭ × ૫ = ૮૫ − ૨ છૂટના = ૮૩. તેના બદલે ગુણાકાર આદિમાં ગોટો વાળીને રૂા ૯૮ માગ્યા.

ભરવાડને પણ ચાલતું નથી. તેમને પણ પોતાના પશુઓનો ખ્યાલ રાખવા માટે તેની ગણતરી કરવી પડે છે અને દૂધ, ઘી તથા ઊન વગેરે વેચીને પૈસા મેળવવા માટે એક યા બીજા પ્રકારના ગણિતનો આશ્રય લેવો પડે છે.

આપણો ગૃહવ્યવહાર પણ ગણિત વિના ચાલતો નથી. ઘરમાં શાકભાજી, ફળફૂલ, દૂધ, ઘી, તેલ, અનાજ, કાપડ આદિ અનેક વસ્તુઓ આવે છે, તેનો હિસાબ ચૂકવવા માટે ગણિતજ્ઞાનની જરૂર પડે છે. વળી ઘરભાડું, વીજળી, ગેસ, પાણી વગેરેનાં જે બીલો આવ્યાં હોય, તે ચૂકવવા માટે પણ પ્રથમ તેનો આંકડો નક્કી કરવો પડે છે અને તે ગણિતના આધારે જ નક્કી થઈ શકે છે.

આ રીતે આજે આખા યે વિશ્વના વ્યવહારમા ગણિતે અગ્રસ્થાન પ્રાપ્ત કર્યું છે, એટલે તેના જ્ઞાન વિનાનો મનુષ્ય પશુતુલ્ય લેખાય છે. અહી અમે એટલું સ્પષ્ટ કરવા ઈચ્છીએ છીએ કે ગણિતના સામાન્ય કે મામુલી જ્ઞાનથી આપણા વ્યવહારનું ગાડું ગબડે એમ નથી. તેમાં નિપુણ, નિષ્ણાત, બાહોશ કે કાબેલ બનીએ તો જ આપણો વ્યવહાર બરાબર ચાલે અને આપણા માથે ધંધા, રોજગાર, નોકરી કે અન્ય સેવાઓ અંગે જે જવાબદારીઓ રહેલી હોય, તે આપણે પૂરેપૂરી અદા કરી શકીએ.

પરંતુ પરિસ્થિતિ જુદી જ નજરે પડે છે. આપણા માન્ય આગેવાનોનું ધ્યાન આ તરફ ખેંચાયું નથી. શિક્ષણ આનું પ્રમાણમાં ઘણું શિથિલ છે અને તે આમા હાલ

તુરત કોઈ શીઘ્ર પગલું ભરી શકે એમ નથી. આ સંયોગોમાં ગણિતપ્રેમીઓએ સાહિત્યપ્રકાશન, સભાઓ, મિજલસો વગેરે દ્વારા જે કંઈ પ્રયોગ થઈ શકે, તે કરવો રહ્યો.

આ ગ્રંથ એ દિશામાં એક નમ્ર પ્રયાસ છે, પણ તે ઘણા અનુભવ અને ચિંતન પછી કરવામાં આવ્યો છે, એટલે તેનું પરિણામ સુંદર આવશે, એવી આશા રાખી શકાય.

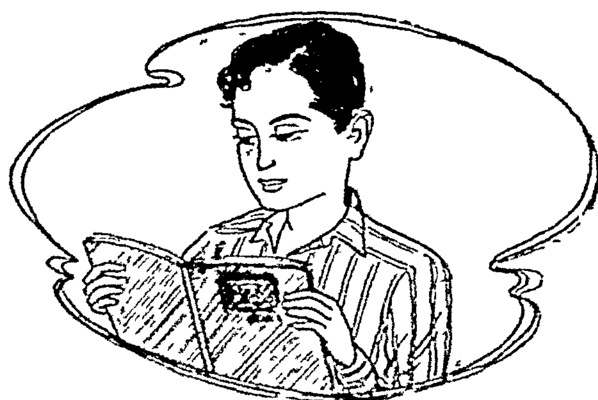
વિદ્યાર્થીઓ, યુવાનો, ધંધાદારીઓ આદિ સહુ કોઈ સહેલાઈથી સમજી શકે તે માટે આ ગ્રંથની શૈલી સુગમ રાખી છે અને તેમાં વિષયને સ્પષ્ટ કરવા માટે પૂરતું વિવેચન કરવામા આવ્યું છે. આ વિષય અંગે વિદેશી નિષ્ણાતોએ જે સાહિત્ય બહાર પાડ્યું છે, તેનું કેટલુંક અવલોકન કરી લીધા પછી જ અમે આ વિષયમાં અમારી કલમ ચલાવી છે, એટલે તેમાં ઘણી અદ્યતન શોધો પણ આવી જાય છે.

ગણિતનું ક્ષેત્ર ઘણુ વિશાળ છે. માત્ર અંકગણિતની વાત કહીએ તો પણ તેમાં સંખ્યાબંધ વિષયો છે અને તે દરેક પર લખવા જઈએ તો આવા અનેક ગ્રંથો લખી શકાય, એટલે પ્રસ્તુત ગ્રંથમાં ગણિતની ચાર મૂળભૂત પ્રક્રિયાઓ-સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર અને ભાગાકાર અંગે જ વિવેચન કરવામાં આવ્યું છે અને તે દરેકની શકય એટલી ટૂંકી તથા સહેલી રીતો બતાવવામાં આવી છે કે જેનો ઉપયોગ કરવાથી શ્રમ તથા સમયનો સારા પ્રમાણમાં બચાવ થઈ શકે એમ છે.

અમે એમ માનીએ છીએ કે આ પ્રક્રિયાઓ ઉપર

બરાબર હાથ બેસી જાય તો બાકીની બધી પ્રક્રિયાઓ સહેલી થઈ જાય છે. જો પાયો મજબૂત નહિ હોય તો તેના પર ચણેલી ઈમારત અવશ્ય ડોલી જવાની, માટે પાયો મજબૂત કરવો એ જ હિતાવહ છે.

આટલા ઉપક્રમ સાથે મૂળ વિષયનો પ્રારંભ કરીશું.



[૨]

દશનો પાયો

સંખ્યાલેખનની વર્તમાન પદ્ધતિ દશના પાયા પર રચાયેલી છે. આ પદ્ધતિ હિંદુઓએ એટલે ભારતના બુદ્ધિશાળી લોકોએ સદીઓ પહેલાં શોધી કાઢી હતી અને ધીમે ધીમે આખાયે વિશ્વમાં તેનો પ્રસાર થયો હતો.

તે પહેલાં કેટલાક દેશોમાં પાંચના પાયાનું ગણિત ચાલતું. તેમા એક, બે, ત્રણ અને ચારસૂચક સંખ્યાઓ તથા હાથ, એમ પાંચ સંખ્યાઓ બોલાતી. અહીં પાંચની જગાએ હાથ બોલાતો, કારણ કે હાથની આંગળીઓ પાંચ છે. તેથી આગળ સંખ્યા બોલવી હોય તો હાથ અને એક, હાથ અને બે, હાથ અને ત્રણ, હાથ અને ચાર, હાથ અને હાથ, એમ બોલતા પરંતુ તેથી આગળની સંખ્યા બોલવાનું કામ કપરૂ લાગતું. તે આ રીતે બોલતા : હાથ હાથ અને એક (૧૧), હાથ હાથ અને બે (૧૨), હાથ હાથ અને ત્રણ (૧૩), વગેરે. જો તેમને ૩૦, ૩૫, કે ૪૦ની સંખ્યા બોલવી હોય તો અઘધ થઈ પડે, પરંતુ આવડી મોટી સંખ્યાઓ

બોલવાનો પ્રસંગ ભાગ્યે જ આવતો, કારણ કે તેમની દુનિયા પચાસ, સો કે બસો માઈલના વર્તુલની બનેલી હતી, ઘણું-ખરું કામ વિનિમય પદ્ધતિથી ચાલતું હતુ અને વ્યાપાર–વણજ અતિ મર્યાદિત હતો. તેઓ બહારના લોકો સાથે સંપર્કમાં બહુ ઓછા આવતા. આજે પણ આફ્રિકા, દક્ષિણ અમેરિકા આદિ દેશોના આદિવાસી લોકો આ પાંચના પાયાનો જ ઉપયોગ કરે છે.

દશના પાયાની શોધ થઈ, તે પહેલાં કેટલાક દેશોમાં ૨૦ના પાયાનું ગણિત ચાલતું. તે તેમણે હાથ અને પગની મળી ૨૦ આંગળીઓના આધારે રચ્યું હશે, એમ વિદ્વાનોનું ધારવું છે.

આપણા દેશમાં આજે પણ કોઈ ભરવાડને તેના બકરાં કે ઘેટાંની સંખ્યા પૂછીએ તો કહેશે કે મારી પાસે અમુક વીસું ને અમુક બકરાં છે અને અમુક વીસું ને અમુક ઘેટાં છે. દાખલા તરીકે તેની પાસે ૬૭ બકરા હોય તો તે એમ કહેશે કે મારી પાસે ત્રણ વીસું ને સાત બકરા છે. અથવા ૮૪ ઘેટાં હોય તો તે એમ કહેશે કે મારી પાસે ચાર વીસું ને ચાર ઘેટાં છે મતલબ કે તે સંખ્યાની ગણનામાં મુખ્ય-ત્વે ૨૦નો જ ઉપયોગ કરશે, કારણ કે પરંપરાથી તે એ જ રીતે ગણતાં શીખ્યો છે. નીચલા થરના અન્ય લોકો પણ આ વીશના પાયાનો આધાર લે છે.

બેબીલોનિઆના લોકો ખગોળમાં આગળ વધેલા હતા. તેમણે ખગોળની કેટલીક ગણતરીઓના આધારે ૬૦ના પાયાનું

ગણિત રચ્યું હતું અને દરેક સંખ્યા માટે અમુક સંખ્યાઓ મુકરર કરી હતી, પરંતુ સમય જતાં એ પદ્ધતિ કંટાળાં-ભરેલી લાગી, એટલે તેનો વ્યવહાર છૂટી ગયો અને ધીમે ધીમે તેઓ પણ દશના પાયા પર આવી ગયા.

આપણે માનીએ કે ન માનીએ પણ એક વખત દશના પાયાએ ભારે ચમત્કાર સર્જ્યો હતો, તે ગણિતની એક મહાન શોધ મનાઈ હતી અને તેણે ખગોળ વગેરેનાં સંશોધનો કરવામા ભારે મદદ કરી હતી.

આજે જગતના તમામ સુધરેલા દેશો નાણાના ચલણમાં તથા અન્ય માપોમાં દશના પાયાનો ઉપયોગ કરવા લાગ્યા છે, કારણ કે તેમાં હિસાબ ગણવાની જે સરલતા રહેલી છે, તે અન્ય કોઈ પદ્ધતિમા રહેલી નથી.

થોડા વર્ષો પહેલાં આપણે ત્યાં રૂપિયા–આના–પાઈનું ચલણ હતું, તેમા ૧ રૂપિયાના ૧૬ આના અને ૧ આનાની ૧૨ પાઈ ગણાતી, પરંતુ સ્વતંત્ર ભારતના પ્રથમ મહામાત્ય પંડિત શ્રીજવાહરલાલ નહેરૂએ કેટલાક નિષ્ણાતોના અભિપ્રાય પરથી એ ચલણને રદ્દ કર્યું અને તેના સ્થાને રૂપિયા–પૈસાનું ચલણ દાખલ કર્યું. તેમા ૧ રૂપિયાના ૧૦૦ પૈસા નક્કી કર્યા, આથી હિસાબો ગણવામાં અતિ સરલતા થઈ અને સમયનો બચાવ થયો. નીચેના દાખલાથી આ વસ્તુ ખૂબ સ્પષ્ટ થશે.

'એક વસ્તુનો ભાવ ૧ રૂપિયો ૫ આના ૩ પાઈ છે, તો ૭ વસ્તુ ખરીદવા માટે કેટલા પૈસા જોઈએ ?'

અહીં પ્રથમ પાઈઓને ૭ વડે ગુણી તેના આના કરવા પડે. જેમ કે ૩ × ૭ = ૨૧ પાઈ = ૧ આનો અને ૯ પાઈ. પછી ૫ આનાને ૭ વડે ગુણી તેના રૂપિયા કરવા પડે. જેમ કે ૫ × ૭ = ૩૫ આના, તેમાં વૃદ્ધિનો ૧ આનો ભેળવતાં ૩૬ આના, તેના ૨ રૂપિયા અને ૪ આના. પછી રૂપિયાને ૭ વડે ગુણી તેના રૂપિયા કરવા પડે. જેમકે ૧ × ૭ = ૭ રૂપિયા અને તેમાં ૨ રૂપિયા ૪ આના તથા ૯ પાઈ ઉમેરવા પડે. આ રીતે તેનો જવાબ ૯ રૂપિયા ૪ આના ૯ પાઈ આવે.

હાલના ધોરણે ૧ રૂપિયા ૫ આના ૩ પાઈના આશરે ૧ રૂપિયો ૩૩ પૈસા થાય. તેને ૭ થી ગુણવા હોય, તો આટલું જ કરવાનું કે રૂ. ૧–૩૩ × ૭ = રૂ. ૯–૩૧.

તાત્પર્ય કે દશાના પાયામાં ઘણી જ સરળતા રહેલી છે, તેથી સર્વે સુધરેલા લોકો પ્રાચીન પદ્ધતિનો ત્યાગ કરીને તેને અપનાવે છે.

અમે આ ગ્રંથમાં દશાના પાયા પર રચાયેલી અનેક ટૂંકી અને સહેલી રીતો આપી છે, તે પાઠકોને ગમ્મત સાથે જ્ઞાન આપશે અને રોજિંદા વ્યવહારમાં ખૂબ ઉપયોગી નીવડશે.

卐

[3]

સરવાળાની પ્રાચીન અને અર્વાચીન પદ્ધતિ

સંખ્યાલેખનમાં દશનો પાયો દાખલ થયા પછી સરવાળાનો પ્રશ્ન બહુ જલ્દી ઉકેલાઈ ગયો હશે, એમ અમે માનીએ છીએ.

સરવાળા માટે પ્રાચીન ગણિતમાં જે પદ્ધતિ આપી છે, તેને આધુનિક વિદ્વાનો 'કોનપદ્ધતિ' (Angular method) તરીકે ઓળખે છે, કારણ કે એ રીતે સરવાળો કરતાં આંકડાની એક ત્રાંસી હાર તૈયાર થાય છે અને છેવટે કોન એટલે ખૂણો પડે છે

આ કોનપદ્ધતિ બે પ્રકારની હતી. તેમાં એકને આપણે વામાવર્ત તરીકે ઓળખીશું અને બીજીને દક્ષિણાવર્તનું નામ આપીશું. જેની લીટી દક્ષિણ એટલે જમણી બાજુથી શરૂ થઈને વામ એટલે ડાબી બાજુ તરફ જાય, તે 'વામાવર્ત કોનપદ્ધતિ' અને જેની લીંટી વામ બાજુથી શરૂ થઈને દક્ષિણ બાજુ તરફ જાય, તે 'દક્ષિણાવર્ત કોનપદ્ધતિ.'

આ બંને પદ્ધતિથી અહીં એક દાખલો ગણીશું, એટલે તેનો સ્પષ્ટ ખ્યાલ આવી જશે.

૧–વામાવર્ત કોનપદ્ધતિ

અંકસ્થાપના

```
    ૩૧૨
    ૫૬૩
    ૬૭૨
    ૪૮૯
    ૧૧૮
    ───
    ૨૪
   ૨૩
  ૧૯
  ────
```

પરિણામ ૨૧૫૪

અહીં જે પાચ સંખ્યાનો સરવાળો કરવાનો છે, તે પાંચ સંખ્યાઓની સ્થાપના કરવામાં આવી છે. તેમાં એકમની નીચે એકમ, દશકની નીચે દશક અને સોની નીચે સોના આંક ગોઠવવામાં આવ્યા છે. ત્યાર બાદ લીંટી દોરી છે, તે એમ સૂચવવાને કે અહીં સરવાળો કરવાની રકમો પૂરી થાય છે. હવે તેના અંગે જે પ્રક્રિયા કરવાની હોય તે કરવી જોઈએ.

ત્યારબાદ એકમના બધા અંકોનો સરવાળો કરતાં જે રકમ આવી, તે લખવામાં આવી છે. ૨ + ૩ । ૨ + ૯ । ૮ = ૨૪. ત્યારબાદ દશકના બધા અંકોનો સરવાળો કરતાં જે

રકમ આવી, તે તેની નીચે એક અંકસ્થાન ખસેડીને લખવામાં આવી છે. ૧ + ૬ + ૭ + ૮ + ૧ = ૨૩. ત્યારબાદ સોના બધા અંકોનો સરવાળો કરતાં જે રકમ આવી, તે તેની નીચે એક અંકસ્થાન ખસેડીને લખવામાં આવી છે. ૩ + ૫ + ૬ + ૪ + ૧ = ૧૯. હવે કોઈ સંખ્યાનો સરવાળો કરવાનો રહેતો નથી, એટલે તેની નીચે લીટી દોરી ઉપરની ત્રણ રકમોનો સરવાળો કરવામાં આવ્યો છે. તેનું પરિણામ ૨૧૫૪ આવ્યું છે.

૨-દક્ષિણાવર્ત કોનપદ્ધતિ

અંકસ્થાપના

```
 ૩૧૨
 ૫૬૩
 ૬૭૨
 ૪૮૯
 ૧૧૮
 ----
 ૧૯
  ૨૩
   ૨૪
 ------
પરિણામ ૨૧૫૪
```

આમાં અંકસ્થાપના આદિ બધું પૂર્વવત્ છે, માત્ર પ્રક્રિયામાં ફેર છે. ઉપરની પ્રક્રિયામાં પ્રથમ એકમોનો સરવાળો કરવામાં આવ્યો, પછી દશકોનો સરવાળો કરવામાં આવ્યો અને છેવટે સોનો સરવાળો કરવામાં આવ્યો, જ્યારે આમાં

પ્રથમ સોનો સરવાળો કરવામાં આવ્યો છે. પછી દશકોનો સરવાળો કરવામાં આવ્યો છે અને છેવટે એકમોનો સરવાળો કરવામાં આવ્યો છે. પછી એ ત્રણે રકમોનો સરવાળો કરતાં પરિણામ ૨૧૫૪ આવ્યું છે.

જો સૂક્ષ્મ નિરીક્ષણ કરીશું તો સમજાશે કે આ બંને પદ્ધતિમાં સિદ્ધાંત તો એક જ છે અને તે એકમ, સો તથા હજારને તેમના તેમના સ્થાને મૂકવાનો. માત્ર તેના ક્રમમાં ફેર છે, એટલું જ. નીચેના યંત્રો પર દૃષ્ટિપાત કરો, એટલે આ વસ્તુ વધારે સ્પષ્ટ થશે :–

યંત્ર પહેલો

હ.	સો.	દશક	એકમ
			૪
	૨	૩	
૧	૯		
૨	૧	૫	૪

યંત્ર બીજો

હ.	સો.	દશક	એકમ
૧	૯		
	૨	૩	
		૨	૪
૨	૧	૫	૪

અહીં એકમના ખાનામાં ૪ આવ્યો છે, બીજા યંત્રમાં પણ તેમ જ છે. દશકના ખાનામાં ૨ અને ૩ આવ્યા છે, જ્યારે બીજા યંત્રમાં ૩ અને ૨ આવ્યા છે. તેમાં ક્રમનો ફેરફાર છે, પણ બંનેનું પરિણામ તો સરખું જ આવવાનું. સોના ખાનામાં ૨ અને ૯ આવ્યા છે, જ્યારે બીજા યંત્રમાં

૯ અને ૨ આવ્યા છે. તેમાં કોઈ મૌલિક તફાવત નથી. અને હજારના ખાનામાં તો બંને યંત્રમાં ૧ જ આવેલો છે.

આ પદ્ધતિના સરવાળામાં વૃદ્ધિ કે વદ્દિની કોઈ કડાકૂટ નથી. એકમ, દશક, સો, વગેરેના જે સરવાળા આવે તે સીધા મૂકી દેવાના. માત્ર તે એક અંકસ્થાન છોડીને લખવાની કાળજી રાખવી જોઈએ, એટલું જ.

પરંતુ સમયના વહેણની સાથે આ પદ્ધતિમાં પરિવર્તન આવ્યું અને સરવાળાનો જવાબ એક જ લીટીમાં લખાય, તે વધારે ઇષ્ટ મનાવા લાગ્યું. ખાસ કરીને ચોપડા લખનારાઓએ આ રીતને વધારે પસંદ કરી, એટલે આપણી આજની પદ્ધતિ અમલમાં આવી.

૩-વર્તમાન પદ્ધતિ

આજની પદ્ધતિમાં અંકસ્થાપના આદિ તો પૂર્વવત્ જ છે, પરંતુ એકમોનો સરવાળો કર્યા પછી દશકનો જે અંક વૃદ્ધિમાં રહે, તો તેને દશક ઉપર ચડાવવાનો અને દશકોનો સરવાળો કર્યા પછી સોનો જે અંક વૃદ્ધિમાં રહે તેને સો ઉપર ચડાવવાનો રિવાજ પ્રચલિત છે. જેમ કે-

```
  ૨૨
 ૩૧૨
 ૫૬૩
 ૬૭૨
 ૪૮૯
 ૧૧૮
-----
૨૧૫૪
```

પરંતુ વ્યાપારીઓ વૃદ્ધિને આ રીતે માથે ચડાવતા નથી. તેઓ કાગળની એક કાપલી પર વૃદ્ધિ, વદ્દિ કે વદ્દિનો આંક લખી રાખે છે અને તેને દશક, સો આદિની પંક્તિઓમાં ભેળવતા જાય છે. મહાવરો પડવાથી આ કામ તેમને સહજ બની જાય છે.

૪–સુધરેલી પદ્ધતિ

પરંતુ હવે સરવાળાની એક સુધરેલી પદ્ધતિ અમલમાં આવી રહી છે. તેમાં બીજું બધું પૂર્વવત્ હોય છે, પણ સરવાળાની જગાએ એકના સ્થાને બે લીંટીઓ લખવામાં આવે છે. તેમાં સરવાળાનો આંક ઉપરની લીંટીમાં અને વૃદ્ધિ, વદ્દિ કે વદ્દિનો આંક નીચેની લીંટીમાં એક સ્થાન છોડીને લખાય છે. પછી બંનેનો સરવાળો કરતાં પરિણામ બરાબર આવી જાય છે. આ પદ્ધતિમાં વૃદ્ધિ, વદ્દિ કે વદ્દિનો આંક મથાળે યા બાજુએ લખવાનું રહેતું નથી અને તેથી તે અંગે કોઈ ભૂલ પડવાનો સંભવ રહેતો નથી. ઉપરનો દાખલો આ રીતે ગણીએ, એટલે કહેવાનો ભાવાર્થ લક્ષ્યમાં આવી જશે.

```
        ૩૧૨
        ૫૬૩
        ૬૭૨
        ૪૮૯
        ૧૧૮
       -----
        ૯૩૪
       ૧૨૨
      ------
પરિણામ ૨૧૫૪
```

અહીં એકમોનો સરવાળો કરતાં ૨૪ ની સંખ્યા આવી, તેમાંનો ૪ ઉપર લખ્યો અને ૨ નીચેની પંક્તિમાં દશકના સ્થાને લખ્યો. ત્યાર પછી દશકોનો સરવાળો કરતાં ૨૩ ની સંખ્યા આવી. તેમાંનો ૩ દશકના સ્થાને લખ્યો અને ૨ નીચેની પંક્તિમાં સોના સ્થાને લખ્યો. છેવટે સોનો સરવાળો કરતાં ૧૯ ની સંખ્યા આવી, તેમાંનો ૯ સોના સ્થાને મૂક્યો અને ૧ નીચેની પંક્તિમાં હજારના સ્થાને મૂક્યો. પછી આ બંને લીંટીઓનો સરવાળો કર્યો, એટલે પરિણામ ૨૧૫૪ આવ્યું.

એક પદ્ધતિ રૂઢ બની ગઈ હોય, તેના સ્થાને નવી પદ્ધતિ દાખલ કરવાનું કામ સહેલું નથી, એટલે આ પદ્ધતિનો વ્યાપક સ્વીકાર ક્યારે થશે, તે કહી શકાય નહિ, પરંતુ પ્રિય પાઠકો! તમે તો આજથી જ તેનો અભ્યાસ ચાલુ કરી દો. એનાથી પરિણામે લાભ જ થવાનો છે.



[૪]

સરવાળામાં ઝડપ કેમ આવે?

'સરવાળામાં ઝડપ કેમ આવે?' એ એક મહત્ત્વનો પ્રશ્ન છે. તે અંગે અહીં કેટલીક સૂચનાઓ કરવામાં આવી છે.

છ–સાત રકમોનો સરવાળો કરવાનો હોય અને તે રકમો માત્ર એક જ અંકની હોય તો કામ સહેલું છે. ગણિતનું થોડું જ્ઞાન ધરાવનારો માણસ પણ એ સરવાળો સહેલાઈથી કરી શકે છે. જેમ કે–

૨
૩
૫
૭
૩
૯
૧
———
૩૦

પરંતુ આ રકમો તમે કેવી રીતે બોલો છો? બે ને ત્રણ પાંચ, પાંચ ને પાંચ દશ, દશ ને સાત સત્તર, સત્તર ને ત્રણ વીશ, વીશ ને નવ ઓગણત્રીશ, ઓગણત્રીશ ને એક ત્રીશ. એમ જ ને? તો આ રીત પ્રમાણમાં લાંબી છે. તેમાં બીજી વખત બોલાતો આંક તથા

ને અવ્યય છોડી દેવાથી આ રીત ટૂંકી બની શકે છે. જેમ કે–

બે ત્રણ પાંચ, પાંચ દશ, સાત સત્તર, ત્રણ વીશ, નવ ઓગણત્રીશ, એક ત્રીશ.

પહેલી રીત પ્રમાણે ૪૯ અક્ષરો બોલવા પડે છે અને બીજી રીત પ્રમાણે માત્ર ૨૯ અક્ષરો બોલવા પડે છે. આથી બીજી રીતમાં સમય બચે છે અને ઝડપ આવે છે. આ તો સાત જ સંખ્યાની વાત છે, પણ બાર, પંદર કે તેથી વધારે સંખ્યાઓ હોય તો આ બીજી રીત પ્રમાણે ગણવાની ટેવ પાડવાથી સરવાળો ઘણી ઝડપથી તૈયાર થાય છે.

અવધાન-પ્રયોગોમાં ગણિતના ઉત્તરો બહુ ઝડપથી તૈયાર કરવાના હોય છે. ત્યાં અમારા અનુભવે અમને આ રીત ઉપયોગી જણાયેલી અને તેથી અમે તેનો મહાવરો પાડેલો. ત્યારબાદ કેટલાક વિદેશી ગણિતશાસ્ત્રીઓનાં પુસ્તકો વાંચવામા આવ્યાં, તો તેમણે પણ આ રીતની ખાસ ભલામણ કરેલી છે.

સરવાળામાં વધારે ઝડપ લાવવા માટે સંખ્યાઓ પર એક દૃષ્ટિપાત કરી લેવો જરૂરનો છે. જો તેમાં અમુક સંખ્યાનો સરવાળો ૧૦ થતો હોય તો કામ વધારે સરલ બને છે. જે સંખ્યા આગળ ૧૦ બનતા હોય, ત્યાં પેનસીલથી ઝીણું ટપકું મૂકી દેવાનું. અહીં જેટલાં ટપકાં તેટલાં દશ સમજવા. જેમકે–

૨
૩ અહીં બે ત્રણ પાંચ, પાંચ દશ;
૫ . સાત ત્રણ દશ, અને એક નવ
૭ દશ; એમ ઝડપથી ગણના
૩ . થઈ શકે છે અને ટપકાંને
૯ જોતાં જ તેનો સરવાળો ૩૦ છે,
૧ . એમ કહી શકાય છે.

પરંતુ આવું બહુ ઓછું બને છે; કારણ કે સરવાળાની બધી રકમો ૧૦નાં જૂથ બતાવતી નથી. તેમાં ઓછુંવત્તું પરિણામ બતાવનારી સંખ્યાઓ અવશ્ય હોય છે. આમ છતાં તેમાં દશ કે તેથી વધારે બતાવનારી સખ્યા આગળ ટપકું મૂકી સરવાળાને ઝડપી બનાવી શકાય છે. તેમાં જે છેલ્લો આંક વધે તેને એકમનો સમજવો અને જેટલાં ટપકાં મૂકાય તેટલો આંક દશકનો સમજવો. નીચેનો દાખલો એ રીતે ગણો, એટલે તેની અસરકારકતા સમજાશે :–

૧ અહીં એક ચાર પાંચ, પાંચ દશ
૪ એમ સરવાળો આવતાં ૫ ની
૫ . સામે ટપકું મૂક્યું. પછી પાંચ છ
૫ અગિયાર થતાં ૬ ની સામે ટપકું
૬ . મૂક્યું અને ૧ ને લઈ આગળ ચાલ્યા.
૭ પછી એક સાત આઠ, આઠ સોળ થતાં
૮ . ૮ ની સામે ટપકું મૂક્યું અને ૬ ને
૩ લઈ આગળ ચાલ્યા. પછી છ ત્રણ

૪ .	નવ, ચાર તેર થતાં ૪ ની સામે ટપકું
૯ .	મૂક્યું અને ૩ ને લઈ આગળ ચાલ્યા.
૭	પછી ત્રણ નવ બાર થતાં ૯ ની
૨ .	સામે ટપકું મૂક્યું અને ૨ ને લઈ
૬૧	આગળ ચાલ્યા. પછી બે સાત નવ,
	બે અગિયાર થતાં ૨ ની સામે ટપકું

મૂક્યું અને ૧ વધ્યો તે નીચે મૂક્યો. હવે આ પ્રક્રિયામાં કુલ ૭ ટપકાં મૂકાયેલાં છે, તેથી દશકના સ્થાને ૬ લખી નાખ્યા. આ રીતે સરવાળો ૬૧ આવ્યો.

અંકની સળંગ ગણના કરીએ, તેના કરતાં આ રીતે ગણના કરીએ તો જરૂર સરલ પડે છે અને તેમાં ભૂલ રહેતી નથી

જેઓ ૧ થી ૧૦૦ સુધીની સંખ્યાઓ સવળી અને અવળી (લોમ અને વિલોમ ક્રમે) બોલી જવાની ટેવ પાડે છે, તેમની આંકડા સાથે દોસ્તી બંધાય છે અને તે સરવાળાસાં ઝડપ લાવવા માટે ઉપયોગી થાય છે. અમે પોતે નાનપણમા જ આ પ્રકારની ટેવ પાડેલી, જે અમને સરવાળા ઉપરાંત બીજા દાખલાઓ ગણવામા પણ ઘણી ઉપયોગી થયેલી છે.

卐

[૫]

સરવાળાની ટૂંકી અને સહેલી રીતો

તમને એમ પૂછવામાં આવે કે ૩૯ અને ૪૭ કેટલા? તો તેનો જવાબ તરત જ મળવો જોઈએ. ત્યાં તમે કાગળ–પેનસીલ કે પેન તરફ દૃષ્ટિ દોડાવો તે ચાલે નહિ.

જો આ દાખલાને લેખનપદ્ધતિથી કરવા જાઓ તો અવશ્ય સમય વધારે લાગવાનો. જેમકે ૯ અને ૭ = ૧૬, તેમાંનો ૬ એકમ અને ૧ વૃદ્ધિ. એ ૧ ને ૩ માં ઉમેર્યા એટલે થયા ૪. એ ૪ ને ૪ બરાબર આઠ. એ રીતે જવાબ આવ્યો ૮૬.

પણ આ તો સીદી ભાઈનો કાન પકડવા જેવી વાત છે. જો કોઈ સંખ્યા દશકની નજીક હોય તો તેને દશક બનાવી દેવી ને બીજી સંખ્યામાથી તેટલો આંક ઓછો કરવો, એટલે પરિણામ ઝડપથી આવી જવાનું. અહીં ૩૯ એ ૪૦ ની નજીકનો આક છે, એટલે તેના ૪૦ ગણવા અને તેમાં ૪૭ ઉમેરવાના છે, તેમાંથી ૧ ઘટાડી દેવો. આ

રીતે ૪૦ અને ૪૬ કેટલા ? એવો પ્રશ્ન બનશે. તેનો ઉત્તર તમે તરત જ આપી શકશો કે ૮૬.

૫૮ અને ૭૭ કેટલા ? અહીં ૫૮ ના ૬૦ બનાવો અને ૭૭ ના ૭૫ ગણો, એટલે જવાબ તરત જ આપી શકશો કે ૧૩૫.

આ રીતે કોઈપણ સંખ્યાને છેડે ૭, ૮ કે ૯ ના અંક હોય તો તેમને પૂરા દશક બનાવવાથી અને સામેની રકમને તેટલી ઘટાડવાથી જવાબ ખૂબ સરલતાથી આપી શકાય છે.

૮૭ અને ૯૯ કેટલા ? અહીં ૮૭ ના ૯૦ બનાવવા અને ૯૯ ના ૯૬ બનાવવા તેના કરતા ૯૯ ના ૧૦૦ બનાવી ૮૭ માંથી ૧ ઘટાડવો, એ વધારે સરલ ક્રિયા છે. ૮૬ + ૧૦૦ = ૧૮૬.

૭૫ માં ૮૯ ઉમેરવા હોય તો પણ આ જ રીત વધારે ઉપયોગી નીવડે. ૭૪ + ૯૦ = ૧૬૪.

જો બે અંકોનો સરવાળો ૧૦ થતો હોય તો કોઈ સંખ્યાને વધારવા-ઘટાડવાની જરૂર નથી. જેમકે :—

૩૮ + ૧૨
૨૫ + ૩૫
૪૩ + ૨૭
૨૭ + ૫૩
૩૪ + ૬૬

અહીં દશકોનો સરવાળો કરીને એક ઉમેરી લેવાથી તથા પાછળ શૂન્ય મૂકી દેવાથી જવાબ તરત આવી જાય છે. જેમકે—

૩ + ૧ + ૧ = ૫ અને ૦ = ૫૦
૨ + ૩ + ૧ = ૬ અને ૦ = ૬૦
૪ + ૨ + ૧ = ૭ અને ૦ = ૭૦
૨ + ૫ + ૧ = ૮ અને ૦ = ૮૦
૩ + ૬ + ૧ =૧૦ અને ૦ =૧૦૦

હવે થેાડા આગળ વધીએ. કોઈ આપણુને એમ પૂછે કે ૩૧૬૩ ને ૨૩૪ કેટલા? તેા એનેા જવાબ આપવા માટે શું કાગળ–પેનસીલ લઈશું? અમારા અનુભવ મુજબ આવેા હિસાબ પણ મેાઢેથી સહેલાઈથી ગણી શકાય છે. તે માટે નીચેની રીત અજમાવવી જોઈએ :

૩૧૬૩ + ૨૦૦ = ૩૩૬૩ + ૩૦ = ૩૩૯૩ + ૪ = ૩૩૯૭. આમાં પ્રથમ ૨૦૦ ઉમેર્યા, પછી ૩૦ ઉમેર્યા અને પછી ૪ ઉમેર્યા. આ રીતે કુલ ૨૩૪ ઉમેર્યા.

આ રીતે નીચેના દાખલા ગણી જુઓ, એટલે તેના પર તમારેા કાબૂ આવી જશે.

અભ્યાસ

(૧) ૫૭૨ + ૨૧૬
(૨) ૬૧૩ + ૩૨૪
(૩) ૭૩૫ + ૧૫૨
(૪) ૯૪૪ + ૩૬૧
(૫) ૭૮૪૭ + ૩૪૨
(૬) ૫૬૬૯ + ૪૩૮
(૭) ૧૦૨૩૬ + ૧૪૪૪

ત્રણ-ચાર અંકની સંખ્યાઓનો સરવાળો કરવો હોય, તો તેમાં પણ મોઢે હિસાબ કરવાની ટૂંકી રીત છે. જો તેમાંના પહેલા બે આંકડાઓનો સરવાળો ૧૦૦ની અંદર થતો હોય તો પ્રથમ સોની રકમોનો સરવાળો કરી લેવો અને પછી બે આંકડાઓનો સરવાળો કરી તેની આગળ મૂકી દેવો. દાખલા તરીકે નીચેની રકમોનો સરવાળો કરવાનો છે:

૩૦૧
૪૨૨
૨૧૦
૩૧૯

અહીં દશક અને એકમના આકડાઓનો સરવાળો ૧૦૦ ની અંદર આવવા સંભવ છે, એટલે પ્રથમ સોના આકનો સરવાળો કરવો · ત્રણ ચાર સાત, બે નવ, ત્રણ બાર. પછી ૧૨૦૧, ૧૨૨૩. ૧૨૩૩, ૧૨૫૨ એ પ્રમાણે સંખ્યાઓ બોલતાં જે છેલ્લી સંખ્યા આવી, તેને જવાબ સમજવાનો. તાત્પર્ય કે ઉપરની ચાર રકમોનો સરવાળો ૧૨૫૨ છે

અથવા ૧૨ને બાજુએ રાખીને એક બાવીશ ત્રેવીશ, દશ તેત્રીશ, ઓગણીશ બાવન, એમ જે છેલ્લી સંખ્યા આવી તે ૧૨ માં ઉમેરતાં સરવાળો ૧૨૫૨ આવશે.

આવો જ બીજો દાખલો ગણીએ.

૨૨૫
૧૩૦
૧૦૯
૩૨૪
૪૦૩

અહીં એકમ-દશકના આંકડાઓનો સરવાળો ૧૦૦ની અંદર આવવા સંભવ છે, તેથી પ્રથમ સોનો સરવાળો કરવો. બે એક ત્રણ, એક ચાર, ત્રણ સાત, ચાર અગિયાર. પછી ૧૧૨૫, ૧૧૫૫, ૧૧૬૪, ૧૧૮૮, ૧૧૯૧ એ પ્રમાણે બોલતાં જવાબ ૧૧૯૧ આવશે.

અથવા ૧૧ ને બાજુએ રાખીને પચીશ ત્રીશ પંચાવન, નવ ચોસઠ, ચોવીશ અઠ્યાસી, ત્રણ એકાણું, એમ જે છેલ્લી સંખ્યા આવી તે ૧૧માં ઉમેરતાં સરવાળો ૧૧૯૧ આવશે.

આ વસ્તુનો થોડો અભ્યાસ કરવો જોઇએ. તો જ કામ સરલ બનશે.

અભ્યાસ

(૧)	(૨)	(૩)	(૪)
૨૧૧	૧૨૫	૮૪૩	૯૩૧
૩૨૪	૪૩૨	૧૨૪	૧૨૯
૪૦૩	૫૧૩	૩૦૮	૭૨૩
૬૩૦	૭૦૭	૪૨૨	૬૧૨

ઉત્તર (૧) ૧૫૬૮ (૨) ૧૭૭૭ (૩) ૧૬૯૭ (૪) ૨૩૯૫.

અહીં એ પણ જણાવી દઇએ કે રૂપિયા-પૈસાની રકમો ગમે તેટલી હોય તો પણ તેનો સરવાળો તો ચાલુ પદ્ધતિએ જ કરવો અને જે પરિણામ આવે તેમાં જમણી બાજુના બે આંક છોડીને વચ્ચે ઝીણું ટપકું કે લીંટી મૂકી દેવી, એટલે જવાબ રૂપિયા અને પૈસામા આવી જવાનો. જેમકે—

રૂ. ૧૨ – ૩૭	રૂ. ૨૮ – ૧૪
૯ – ૬૫	૧૩ – ૬૦
૭ – ૭૪	૧૪ – ૦૨
૨૪ – ૧૨	૫ – ૭૬
રૂ. ૫૩ – ૮૮	રૂ. ૬૧ – ૫૨

રૂપિયા અને પૈસાની રકમોનો સરવાળો કરવાના પ્રસંગો વારંવાર આવ્યા જ કરે છે, તેથી તે અંગે પણ થોડો અભ્યાસ કરી લેવો જોઇએ. ધારો કે રૂા. ૩–૬૨ અને રૂા. ૫–૨૭ નો સરવાળો કરવો છે, તો શું કરશો? અહીં ચાલુ પદ્ધતિએ પ્રથમ પૈસાનો સરવાળો કરીને પછી રૂપિયા તરફ જશો, તો કામ ગુંચવણમાં પડશે અને સમય વધારે લાગી જશે. અહીં રૂપિયાનો સરવાળો પ્રથમ કરવો અને પૈસાનો સરવાળો પછી કરવો. તેમાં રૂપિયો વધે તો રૂપિયાના સરવાળામાં ચડાવી દેવો. આ રીતે રૂા ૩ –૬૨ અને રૂા. ૫ – ૨૭ નો સરવાળો ૩ + ૫ = ૮ રૂપિયા અને ૬૨ + ૨૭ = ૮૯ પૈસા આવશે. અથવા રૂા. ૪ – ૨૮ અને રૂા. ૨ – ૮૧ નો સરવાળો કરવો હોય તો ૪ + ૨ = ૬ અને ૨૮ + ૮૧ = ૧૦૯ = ૧ રૂપિયો ૯ પૈસા, કુલ ૭ રૂપિયા ને ૯ પૈસા આવશે. આ રીતે હિસાબ કરવાનું ડહાપણભર્યું લેખાશે.

આવી રકમો બે થી વધુ હોય, એટલે કે ત્રણ ચાર અથવા પાચ હોય તો પણ તેનો સરવાળો મોઢેથી થઈ શકે છે. જેમ કે–

રૂા. ૬ – ૩૭ અનાજ
રૂા. ૨ – ૧૫ શાકભાજી
રૂા. ૪ – ૧૫ નાં ફળ

અહીં ૬ – ૩૭, ૮ – ૫૨, ૧૨ – ૬૭ એમ ગણતાં જવાબ આવી જાય છે.

અથવા

રૂા. ૮ – ૨૫ અનાજ
૧ – ૩૭ શાકભાજી
૦ – ૧૫ કોથમીર–મરચાં
૨ – ૧૩ ફળ
૦ – ૧૨ પરચુરણ

આવી પાંચ રકમો હોય તો ગણના આ પ્રમાણે કરવાની: ૮ – ૨૫, ૯ – ૬૨, ૯ – ૭૭, ૧૧ – ૯૦, ૧૨ – ૦૨. બસ, જવાબ આવી ગયો.

આ તો અભ્યાસની વાત છે. અભ્યાસી વધારે રકમોના સરવાળા આ જ રીતે કરી શકે છે એક હોટેલનો સેવક એક પછી એક વસ્તુઓ ઘરાકને આપ્યે જાય છે અને તેનો સરવાળો મોઢે જ કહી દે છે. તે બીલમાં માત્ર છેલ્લો આંકડો જ લખે છે, એ શું તમે જોયું નથી?

જેઓ મૌખિક સરવાળા કરી શકતા ન હોય કે કરવાની વૃત્તિ ધરાવતા ન હોય, તેમણે પોતાના ગજવામાં એક નાની ડાયરી રાખવી જોઇએ અને તેમાં આંકડા માંડી સરવાળા કરવા જોઇએ આ સરવાળાઓ ઝડપથી કરવામાં તેઓ ટૂંકી અને સહેલી રીતોનો ઉપયોગ કરી શકે છે.

卐

[૬]

સરવાળાની ચકાસણી

સામાન્ય માન્યતા એવી છે કે સરવાળાની ક્રિયા બહુ સહેલી છે, તેમાં ભૂલ ભાગ્યે જ પડે. પણ અનુભવે આ વાત ખોટી જણાઈ છે. સરવાળામાં ઘણી વાર ભૂલો થાય છે અને જેને આપણે બાહોશ કે કાબેલ ગણતા હોઇએ, તે પણ કોઈ વાર ભૂલ કરી બેસે છે, એટલે તેની ચકાસણી કરવી આવશ્યક છે.

ધારો કે ચોપડે રૂા ૧૦૨૬૨ – ૬૮ પૈસાની પુરાંત છે, અને ઉધાર બાજુનો સરવાળો રૂા. ૬૩૩૯ – ૭૨ પૈસા છે, તો સિલકે રૂા. ૩૯૨૨ – ૯૬ પૈસા રહેવાના. પરંતુ ઉધાર બાજુનો સરવાળો સાચો નથી. તેમાં રૂા. ૫૩૩૯ – ૭૨ પૈસાની જગાએ રૂા. ૬૩૩૯ – ૭૨ લખાયેલા છે, એટલે ખરી સિલક રૂા. ૪૯૨૨ – ૯૬ પૈસા રહેવી જોઇએ. આ વસ્તુ મેનેજર કે શેઠના ધ્યાનમાં ન આવે તો વધારાની ૧૦૦૦ રૂપિયાની સિલક ઉચાપત થવાની. સ્વાર્થી–કર્તવ્યહીન–લુચ્ચા લોકો આ રીતે સરવાળામાં ગરબડ કરીને ઘણી વાર પોતાનું

ખિસ્સું તર કરે છે, તેથી સંચાલકોએ અવશ્ય સરવાળાની ચકાસણી કરતા રહેવું જોઇએ.

અહીં પ્રશ્ન એ ઉઠે છે કે સરવાળાની રકમો ઘણી હોય, તે બધી ગણવા જઇએ તો વખત ઘણો લાગે અને મહેનત પણ ઘણી પડે, તો શું કરવું ? એટલે તે માટે કોઈ ટૂંકી રીત શોધવાની જરૂર રહે છે અને તે શોધાયેલી છે. તે માટે નીચેના દાખલા પર નજર કરો, એટલે બધું સમજાઈ જશે.

૨૧૬	૯
૪૩૫	૩
૭૪૧	૩
૯૮૭	૬
૨૩૭૯—૩	

આમાં સરવાળો તો ચાલુ રીતે જ કરેલો છે, પણ તેની બાજુમાં એક સ્તમ્ભ વધારી દીધો છે અને તેમા દરેક લીંટીના આંકડાનો સરવાળો કરીને મૂક્યો છે. જ્યાં સંખ્યા બે આંકડાની આવી, ત્યાં તેનો ફરી સરવાળો કર્યો છે અને તેનો એક અંક બનાવીને મૂક્યો છે. આ રીતે જે અંક લખાયા તેનો સરવાળો કરીને તથા તેનો એક અંક બનાવીને નીચે મૂક્યો છે. હવે સરવાળાના બધા અંકોનો સરવાળો આ અંક મુજબ જ આવે તો સમજવું કે સરવાળો સાચો છે, નહિ તો તેમાં કંઈ ભૂલ છે.

૨ + ૧ + ૬ = ૯. તે પહેલી પંક્તિમાં મૂકયા. ૪ + ૩ + ૫ = ૧૨. તેનો ફરી સરવાળો કરતાં ૧ + ૨ = ૩ આવ્યા,

તે બીજી પંક્તિમાં મૂકયા. ૭ + ૪ + ૧ = ૧૨. તેનો પણ ફરી સરવાળો કરતાં ૧+૨=૩ આવ્યા, તે બીજી પંક્તિમાં મૂકયા.

૯ + ૮ + ૭ = ૨૪. તેનો ફરી સરવાળો કરતાં ૨ + ૪ = ૬ આવ્યા, તે ચોથી પંક્તિમાં મૂકયા.

હવે ઊભા સ્તમ્ભના ૯ + ૩ + ૩ + ૬ = ૨૧. તેનો સરવાળો કરતાં ૨ + ૧ = ૩ આવ્યા, તે નીચે ઊતાર્યા.

અહીં સરવાળાની રકમ ૨૩૭૯ છે, એટલે તેનો સરવાળો ૨ + ૩ + ૭ + ૯ = ૨૧ થાય છે. તેનો ફરી સરવાળો કરતાં ૨ + ૧ = ૩ આવે છે, એટલે સરવાળો બરાબર છે.

સરવાળો ચકાસવાની આ રીતને નવડીની રીત કહેવામાં આવે છે, કારણ કે તેમા આંકડાઓનો જે સરવાળો આવે, તેમાથી ૯નો આંક બાદ કરતા જવાનું હોય છે. અહીં એટલી સ્પષ્ટતા કરી દઇએ કે કોઈ સંખ્યામાથી ૯ કે તેના ગુણાકારથી બનતી સંખ્યા બાદ કરીએ અને બીજી બાજુ તેના અંકોનો સરવાળો કરી છેવટે એક આંકડામા જવાબ લાવીએ, તે બંને બરાબર છે. તેમાં કઈ ફરક નથી.

આંકડાની પહેલી હારનો સરવાળો ૨ + ૧ + ૬ = ૯ આવ્યો, એટલે તેની સામે ૯ મૂકયો. આ ૯માંથી ૯ બાદ કર્યા હોત તો ૦ આવત. તે અહી મૂકયું હોત તો તેથી સરવાળામાં કંઈ ફરક પડ્યો ન હોત

આંકડાની બીજી હારનો સરવાળો ૪ + ૩ + ૫ = ૧૨ આવ્યો. જો તેમાંથી ૯ બાદ કર્યા હોત તો ૩ બાકી રહેત.

અહીં તેમ ન કરતાં ૧ + ૨ = ૩ એમ સરવાળો કર્યો. હકીકતમાં આ બને વસ્તુ એક જ પરિણામ લાવનારી છે.

આંકડાની બીજી હારનો સરવાળો ૭ + ૪ = ૧ = ૧૨ આવ્યો. તેમાં પણ ઉપરની રીતે જ ૩ મૂક્યો.

આંકડાની ચોથી હારનો સરવાળો ૯ + ૮ + ૭ = ૨૪ આવ્યો. તેમાંથી ૯ + ૯ = ૧૮ બાદ કરતાં ૬ વધત, જ્યારે ૨ + ૪ નો સરવાળો કરતા પણ તે જ પરિણામ આવ્યું.

એટલે બધા અંકોનો સરવાળો કરી છેવટે એક અંક લાવવો, એ નવડીની જ ટૂંકાવેલી રીત છે.

ચોપડા-રજીસ્ટર વગેરેમા બાજુએ લીંટી દોરવાની હોતી નથી. ત્યાં જૂદા કાગળ ઉપર આ પ્રમાણે અંકો મૂકીને સરવાળાની ચકાસણી કરી શકાય. જેમકે—

	જુદો કાગળ
	૨
૧૩૭	૭
૨૫૯	૬
૬૭૨	૪
૪૯૯	૯
૫૭૬	૧
૮૦૨	૫
૭૧૬	૩૪ = ૭
૩૬૬૧	૧૬ = ૭

૧ + ૩ + ૭ = ૧૧ = ૧ + ૧ = ૨
૨ + ૫ + ૯ = ૧૬ = ૧ + ૬ = ૭
૬ + ૭ + ૨ = ૧૫ = ૧ + ૫ = ૬
૪ + ૯ + ૯ = ૨૨ = ૨ + ૨ = ૪
૫ + ૭ + ૬ = ૧૮ = ૧ + ૮ = ૯
૮ + ૦ + ૨ = ૧૦ = ૧ + ૦ = ૧
૭ + ૧ + ૬ = ૧૪ = ૧ + ૪ = ૫

કુલ ૩૪ = ૩ + ૪ = ૭
૩ + ૬ + ૬ + ૧ = ૧૬ = ૧ + ૬ = ૭

આ જ સરવાળાની મોઢે ચકાસણી કરવી હોય તો થઈ શકે છે. તે માટે સરવાળાની મૂળ રકમથી માંડીને છેલ્લી સંખ્યા સુધીના બધા અંકો ગણતા જવા અને નવ કે તેનો ગુણાકાર પૂરો થાય કે તે સંખ્યાને છોડી દઈ આગળ ગણના કરવી. એ રીતે છેવટની જે સંખ્યા વધે તેનો સરવાળો કરવો અને તેની આવેલા જવાબ સાથે સરખામણી કરી લેવી. જેમકે—

એક ત્રણ ચાર, સાત અગિયાર, બે તેર, પાંચ અઢાર, તો અહીં એ સંખ્યા પૂરી થઈ ગઈ. ત્યારબાદ ૯ છે, તો એ સંખ્યા ત્યાં પૂરી ગઈ ગઈ. આગળ છ સાત તેર, બે પંદર, ચાર ઓગણીસ થયા. અહીં ઈચ્છા હોય તો અઢાર બાદ કરી માત્ર ૧ રાખી આગળ વધવું. આગળ બે નવડા છે, એટલે તેને ગણવાની જરૂરી નથી. ત્યારબાદ એક પાંચ છ, સાત તેર,

૭ ઓગણીસ, આઠ સત્તાવીસ ગણતાં અહીં ગણના પૂરી થઈ. ત્યારબાદ બે સાત નવ, એક દશ, ૭ સોળ ગણતાં કુલ સરવાળો ૭ આવ્યો અને નીચેની રકમની ગણના કરતાં ત્રણ ૭ નવ, ૭ પંદર, એક સોળ, એમ સોળની સંખ્યા આવી, એટલે તેનો સરવાળો પણ ૭ જ થયો.

થોડા જ અભ્યાસથી આ પ્રક્રિયામાં ઝડપ આવે છે અને તેથી ગમે તેવા મોટા સરવાળાની પણ થોડી જ મીનીટોમાં ચકાસણી થઈ જાય છે.

રૂપિયા અને પૈસાના સરવાળામાં પણ આ જ વસ્તુ સમજવાની છે જેમ કે—

રૂા.	૧૨૮	– ૬૨	૧
રૂા.	૨૯	– ૩૧	૬
રૂા.	૩૫૭	– ૧૪	૨
રૂા.	૬૬૧	– ૭૯	૨
રૂા.	૧૧૭૬	– ૮૬	૨

અહીં, ૧ + ૨ + ૮ + ૬ + ૨ = ૧૯ = ૧ + ૯ = ૧૦ = ૧ + ૦ = ૧ સરવાળો આવ્યો, તે પહેલી હારની સામે મૂક્યો. પછી ૨ + ૯ + ૩ + ૧ = ૧૫ = ૧ + ૫ = ૬ સરવાળો આવ્યો, તે બીજી હારની સામે મૂક્યો. પછી ૩ + ૫ + ૭ + ૧ + ૪ = ૨૦ = ૨ + ૦ = ૨ સરવાળો આવ્યો, તે ત્રીજી હારની સામે મૂક્યો અને ૬ + ૬ + ૧ + ૭ + ૯ = ૨૯ = ૨ + ૯ = ૧૧ = ૧ + ૧ = ૨ સરવાળો આવ્યો, તે ચોથી હારની સામે મૂક્યો. તેનો સરવાળો ૧ + ૬ + ૨ + ૨ = ૧૧ = ૧ + ૧ = ૨ આવ્યો, તે નીચે ઉતાર્યો.

હવે સરવાળાની રકમનો સરવાળો કર્યો :

૧ + ૧ + ૭ + ૬ + ૮ + ૬ = ૨૯ = ૨ + ૯ = ૧૧ = ૧ + ૧ = ૨.

આ રીતે બંને પરિણામો સરખાં આવ્યાં: એટલે સરવાળો સાચો છે.

જ્યા સરવાળાની રકમો ઘણી હોય ત્યાં વિભાગીય સરવાળા કરવાથી તેની ચકાસણી બરાબર થાય છે. જેમકે—

૨૧૮	
૧૨૭	
૭૫	
૩૯૩	
૧૦૨	– ૯૧૫
૫૭	
૨૮૪	
૬૧૨	
૫૯૮	
૭૧૫	– ૨૨૬૬
૯૧૭	
૬૪૪	
૧૩૩	
૪૬૨	
૯૭૧	– ૩૧૨૭
૬૩૦૮	૬૩૦૮

તમે પ્રથમ આ સરવાળો ચાલુ રીતે કરી જૂઓ અને પછી આ રીતે કરી જૂઓ તો આ રીત વધારે સરલ અને વધારે ખાતરી ભરેલી જણાશે. જ્યાં ઘણા મોટા સરવાળા ચકાસવાના હોય છે, ત્યાં આ રીત અવશ્ય અજમાવવી. તેથી કોઈ ભૂલ રહી જવા પામશે નહિ

[૭]

સરવાળાનો એક સુંદર પ્રયોગ

સરવાળાને લગતા કેટલાક પ્રયોગો ગણિત–ચમત્કાર અને ગણિત–રહસ્યમા અપાયા છે. અહીં તેનો એક વિશેષ પ્રયોગ આપવામાં આવે છે.

એક સોળ ખાનાનો યંત્ર દોરો અને તેમાં ગમે તે સંખ્યાથી શરૂ કરીને અનુક્રમે આંક ભરી કાઢો. જેમ કે–

૮	૯	૧૦	૧૫
૧૨	૧૩	૧૪	૧૫
૧૬	૧૭	૧૮	૧૯
૨૦	૨૧	૨૨	૨૩

હવે આ સોળ ખાનામાંથી ચાર વ્યક્તિઓએ ગમે તે રકમ ધારવાની છે અને તેની આડી–ઊભી રકમો ચેકતા રહેવાની છે. એ રીતે જે ચાર રકમ ધારવામાં આવશે, તેનો સરવાળો તમે અગાઉથી કહી શકશો.

આ યંત્રમાં ઉપરની રીતે ચાર રકમોની ધારણા કરતાં સરવાળો ૬૨ આવશે. પ્રયોગ કરી જૂઓ, એટલે તમને ખાતરી થશે.

માનો કે પ્રથમ વ્યકિતએ ૧૪ ની રકમ ધારી તો તેની આસપાસ કુંડાળું કરવાનું અથવા તો તેને ઘૂંટીને જાડો કરવાનો અને તેની ઊભી તથા આડી લીંટીમાં આવતી રકમો નીચે ચોકડી મૂકવાની. આ રકમો બીજી વ્યક્તિથી ધારી શકાય નહિ. તેણે એ સિવાયની બીજી રકમ જ ધારવાની

હવે ૧૪ને કુંડાળુ મૂકતાં અને તેની આડી-ઊભી લીટીઓ નીચે ચોકડી મૂકતા પરિસ્થિતિ આ પ્રકારની થશેઃ

૮	૯	૧૦ ×	૧૧
૧૨ ×	૧૩ ×	૧૪" ×	૧૫ ×
૧૬	૧૭	૧૮ ×	૧૯
૨૦	૨૧	૨૨ ×	૨૩

ત્યાર બાદ બીજી વ્યક્તિ માનો કે ૧૯ ની સંખ્યા ધારે છે. તો પરિસ્થિતિ નીચે મુજબ થશે.

૮ ×	૯	૧૦ ×	૧૧
૧૨ ×	૧૩ ×	૧૪″ ×	૧૫ ×
૧૬″ ×	૧૭ ×	૧૮ ×	૧૯ ×
૨૦ ×	૨૧	૨૨	૨૩

ત્યાર બાદ ત્રીજી વ્યક્તિ માનો કે ૯ ની સંખ્યા ધારે છે, તો પરિસ્થિતિ નીચે મુજબ થશે.

૮ ×	૯″ ×	૧૦ ×	૧૧ ×
૧૨ ×	૧૩ ×	૧૪″ ×	૧૫ ×
૧૬″	૧૭ ×	૧૮ ×	૧૯ ×
૨૦ ×	૨૧ ×	૨૨ ×	૨૩

હવે માત્ર ૨૩ ની સંખ્યા જ બાકી રહેશે. તે ચોથી વ્યક્તિએ ધારવી પડશે

આ રીતે ૧૪ + ૧૬ + ૯ + ૨૩ નો સરવાળો કરીએ તો ૬૨ જવાબ આવશે

આ પ્રયોગ બીજી રીતે પણ કરી જૂઓ. દાખલા

તરીકે પહેલી વ્યક્તિએ ૧૦ ની સંખ્યા ધારી છે, તો પરિસ્થિતિ નીચે મુજબ થશે :

૮ ×	૯ ×	૧૦" ×	૧૧ ×
૧૨	૧૩	૧૪ ×	૧૫
૧૬	૧૭	૧૮ ×	૧૯
૨૦	૨૧	૨૨ ×	૨૩

ત્યાર બાદ બીજી વ્યક્તિએ ૧૭ ની સંખ્યા ધારી, તો પરિસ્થિતિ નીચે મુજબ થશે.

૮ ×	૯ ×	૧૦" ×	૧૧ ×
૧૨	૧૩ ×	૧૪ ×	૧૫
૧૬ ×	૧૭" ×	૧૮ ×	૧૯ ×
૨૦	૨૧ ×	૨૨ ×	૨૩

ત્યાર બાદ ત્રીજી વ્યક્તિએ ૨૩ ની સંખ્યા ધારી, તો પરિસ્થિતિ નીચે મુજબ થશે :

૮ ×	૯ ×	૧૦″ ×	૧૧ ×
૧૨	૧૩ ×	૧૪ ×	૧૫ ×
૧૬ ×	૧૭″ ×	૧૮ ×	૧૯ ×
૨૦ ×	૨૧ ×	૨૨ ×	૨૩″ ×

હવે માત્ર બારની સંખ્યા બાકી રહેશે, તે ચોથી વ્યક્તિએ ધારવાની રહેશે.

આ રીતે ૧૦ + ૧૭ + ૨૩ + ૧૨ નો સરવાળો કરીએ તો જવાબ ૬૨ જ આવશે.

તમે અન્ય કોઇ રીતે પણ આ પ્રયોગ કરી શકો છો. તેના જવાબમા ૬૨ સિવાય બીજો આક આવશે નહિ.

આ પ્રયોગની ચાવી એટલી જ છે કે યંત્રના ચાર ખૂણે આવેલી સંખ્યાનો સરવાળો કરવો તેનો જે જવાબ આવે, તે અગાઉથી કહી દેવો પછી તે રકમો ગમે તે રીતે ધારવામાં આવશે તો પણ સરવાળો એટલો જ આવશે.

અહીં ચાર ખૂણાનો સરવાળો ૮ + ૧૧ + ૨૦ + ૨૩ = ૬૨ છે, તેથી જ બને ધારણાઓનો જવાબ ૬૨ આવ્યો.

જો ચાર ખૂણાનો સરવાળો ન કરવો હોય તો પ્રથમ ખાનાની રકમને બેવડી કરી, તેમા ૧૫ ઉમેરી, તે બનેનો સરવાળો કરવો અને તેથી જે રકમ આવે, તેને બમણી કરી લેવી, એથી પણ ઉપરની રકમ બરાબર આવી જશે. જેમકે–૮ × ૨ = ૧૬ + ૧૫ = ૩૧ × ૨ = ૬૨

[૮]

બાદબાકી અંગે કેટલુંક

વ્યવહારમા જેટલી જરૂર સરવાળાની પડે છે, તેટલી જ જરૂર બાદબાકીની પણ પડે છે. અન્ય રીતે કહીએ તો આ બંને પ્રક્રિયાઓ એક–બીજાની પૂરક છે અને તેથી જ સરવાળાની સાથોસાથ બાદબાકીનું શિક્ષણ આપવામાં આવે છે.

ઘડીભર માની લો કે તમને સરવાળા આવડે છે, પણ બાદબાકી આવડતી નથી, તો શું તમારો વ્યવહાર બરાબર ચાલી શકશે ખરો ?

તમે કાપડિયાને ત્યાંથી કેટલુંક પરચુરણ કાપડ ખરીદ્યું. તેનો સરવાળો રૂા ૨૬–૩૭ પૈસા થયો. હવે તે રકમ ચૂકવવા માટે તમે ૧૦ રૂપિયાની ૩ નોટો આપી. તો તમારે એ જાણવું જ જોઈએ કે તમને પાછું શું મળશે ? એ જાણવાનું સાધન બાદબાકી છે.

માની લો કે કાપડિયાએ તમને હિસાબમાં રૂા. ૨–૩૩ પૈસા પાછા આપ્યા. તો તમે કહી શકશો ખરા કે એ રકમ

બરાબર છે કે કેમ? ત્યાં તમારે બાદબાકી માંડવી જ પડશે-જેમ કે-

રૂ. ૩૦-૦૦ પૈસા
-
રૂ. ૨૬-૩૭ પૈસા

બાકી રૂ. ૩-૬૩ પૈસા

હવે કાપડિયાએ રૂ. ૨-૩૩ પૈસા પાછા આપ્યા છે, તો વધારાના કેટલા પૈસા તમને પાછા મળવા જોઈએ? તેનો ઉત્તર પણ બાદબાકીથી જ સાંપડશે. જેમ કે-

રૂ. ૩-૬૩ પૈસા
-
રૂ. ૨-૩૩ પૈસા

રૂ. ૧-૩૦ પૈસા

હવે તમે કાપડિયાને ખાતરીપૂર્વક કહી શકશો કે હજી તમારે મને રૂ. ૧-૩૦ પૈસાની રકમ આપવાની બાકી રહે છે. એટલે કાપડિયો ફરી હિસાબ કરી જોશે અને તમને બાકીના રૂ. ૧-૩૦ પૈસા ચૂપચાપ આપી દેશે તથા વધારામાં એટલો વિનય પણ દેખાડશે કે 'મારી ભૂલ થઈ હો! ઘરાકીની ધમાલમાં ખ્યાલ રહ્યો નહિ!'

જો તમે બાદબાકી જાણતા ન હોત તો કાપડિયાએ આપેલી રકમ બરાબર છે, એમ માની ખીસ્સામાં નાખત અને એ રીતે રૂ. ૧-૩૦ પૈસાની નુકશાની ઉઠાવત. વ્યવહારમાં તો આવા પ્રસંગો અનેક વાર આવે છે. ત્યાં

જો આ રીતે નુકશાની ઉઠાવ્યા કરીએ તો છેવટે મોટો ખાડો પડે અને આપણે મૂર્ખમાં ખપીએ તે જૂદા !

વળી એ પણ યાદ રાખવું ઘટે કે એક વાર વ્યાપારીને એટલી ખબર પડી ગઈ કે આ શ્રીમાન્ ઉજળે કપડે આવે છે, પણ હિસાબમાં ઢ છે, તો એ અણઘટતો લાભ જરૂર લેવાનો. આપણે કોઈને છેતરવા નહિ, એ બરાબર છે, પણ બીજાથી છેતરાયા કરીએ, એ હરગીઝ બરાબર નથી. માણસે વ્યવહારમા ચતુર થવું જ જોઈએ. તો જ તેનો વ્યવહાર બરાબર ચાલી શકે.

હવે મૂળ વિષયમાં આગળ વધીએ. માની લો કે ઘરમાં ૨૫ કીલો અનાજ આવેલું છે, તેમાથી રોજ ૨॥ કીલો અનાજ વપરાતું રહે છે, તો આઠમા દિવસના અંતે કેટલું અનાજ બાકી રહે ? એ જાણવું હોય તો બાદબાકીનો આશ્રય લેવો જ પડશે જેનું ગણિતજ્ઞાન સામાન્ય હશે, તે એનો હિસાબ આ રીતે માંડશે —

દિવસ	અનાજ કીલો	બાદ કીલો	બાકી રહેલું અનાજ કીલો
પહેલો	૨૫	–૨॥	૨૨॥
બીજો	૨૨॥	–૨॥	૨૦
ત્રીજો	૨૦	–૨॥	૧૭॥
ચોથો	૧૭॥	–૨॥	૧૫
પાંચમો	૧૫	–૨॥	૧૨॥

છઠ્ઠો	૧૨ા	–૨ા	૧૦
સાતમો	૧૦	–૨ા	૭ા
આઠમો	૭ા	–૨ાા	૫

આ પરથી તે જાણી શકશે કે હવે ૫ કીલો અનાજ બાકી રહે પરંતુ બાદબાકીની આ રીત લાંબી છે. અહીં તમે ટૂંકી રીત અજમાવીને કહી શકો કે 'આઠ અઢિયું વીસ.' એટલે કે રોજના અઢી કીલો લેખે, આઠ દિવસમાં, ૨૦ કીલો અનાજ વપરાય અને ૨૫–૨૦=૫, એટલે ૫ કીલો અનાજ બાકી રહે.

પ્રથમ પા, અર્ધા, પોણા, સવાયા, દોઢા, અઢિયા અને ઊઠાના ગડિયા મુખપાઠ રહેતા, તેથી આવા દાખલા તરત જ ગણી શકાતા. આજે એ ગડિયા કેટલાને આવડે છે ? નૂતન શિક્ષણના નામે આ વસ્તુ આજે ગણિતના અભ્યાસક્રમમાથી બાદ થઈ છે અને તેણે આપણા ગણિત-જ્ઞાનને નબળું પાડયું છે. જે વસ્તુ જરૂરની છે, તેને આપણે છોડી રહ્યા છીએ અને જેના પરિણામ વિષે કશી ખાતરી નથી, તેવી પદ્ધતિ અજમાવી રહ્યા છીએ. શું આ ખેદનો વિષય નથી ?

અહીં પ્રસંગોપાત્ત એટલું જણાવી દઈએ કે મૂળ રકમમાંથી જેટલી રકમો બાદ કરવાની હોય, તે બધાનો સામટો સરવાળો કરીને બાદ કરીએ તો પણ પરિણામ સરખું જ આવે છે. દાખલા તરીકે ૨૫ – ૫ – ૪ – ૩ – ૩ – ૨ – ૨ – ૧ બરાબર કેટલા ? એવો પ્રશ્ન હોય ત્યાં પચીશમાંથી પાંચ

ગયા તો વીશ, વીશમાંથી ચાર ગયા તો સોળ, સોળમાંથી ત્રણ ગયા તો તેર, તેરમાંથી ત્રણ ગયા તો દશ, દશમાંથી બે ગયા તો આઠ, આઠમાંથી બે ગયા તો છ અને છમાંથી એક ગયો તો પાંચ, આ રીતે બાદબાકી કરવા કરતાં પાંચ ચાર નવ, ત્રણ બાર, ત્રણ પંદર, બે સત્તર, બે ઓગણીશ, એક વીશ એમ બાદ કરવાની રકમોનો સરવાળો કરીને તેને ૨૫માંથી બાદ કરતાં જવાબ ૫ આવી જાય છે અને તેમાં વધારે સરલતા રહે છે.

આવક–જાવકના હિસાબમાં આપણે શું કરીએ છીએ? જાવકની બધી રકમોનો સરવાળો કરીએ છીએ અને તેનું જે પરિણામ આવે છે, તે આવકમાંથી બાદ કરીએ છીએ, એટલે સિલકનો હિસાબ મળી રહે છે તેમાં ઉપર્યુક્ત સિદ્ધાંતનો જ અમલ થાય છે.

બાદબાકીની રીતો વિષે ખાસ કહેવાનું નથી, કારણ કે તે માટે ચાલુ રીત જ વધારે ઠીક છે, પરંતુ તેમાં ધ્યાન રાખવાની ખાસ જરૂર છે. ઘણા માણસો સરવાળા બરાબર કરે છે, પણ બાદબાકીમાં થાપ ખાઈ જાય છે. આમ થવાનું મુખ્ય કારણ ચિત્તની વ્યગ્રતા, શૂન્યમનસ્કતા તથા કાર્ય પ્રત્યે જોઈએ તેવી નિષ્ઠાનો અભાવ છે. એક દાખલાથી આ વસ્તુ વધારે સ્પષ્ટ કરીશું.

એક કારકુનને કહેવામાં આવ્યું કે તમે જરા બાદબાકી કરો તો ! અને તેની સામે ચોપડો ધરવામાં આવ્યો. ચોપડાની જમે બાજુમાં રૂા. ૧૩૫૬૩૦ નો સરવાળો

હતો અને ઉધાર બાજુમાં રૂા. ૯૫૭૨૬ નો સરવાળો હતો. હવે તે કારકુને એક કાગળની કાપલી પર આ રકમો નીચે પ્રમાણે ઉતારી અને તેની બાદબાકી કરી.

રૂા. ૧૩૬૫૩૦

–

રૂા. ૯૫૭૨૬

રૂા. ૪૦૮૦૪ સિલક

પરંતુ મેનેજરે આ જવાબ કબૂલ રાખ્યો નહિ. તેણે કહ્યું કે 'આમાં કંઈ ભૂલ છે. બાદબાકી ફરી કરો.' એટલે કારકુને બાદબાકી ફરી કરી જોઈ, પણ તેમાં કોઈ ભૂલ લાગી નહિ. આથી તેણે મેનેજરને કહ્યુ કે 'સાહેબ! મારી બાદબાકી બરાબર છે.'

મેનેજર વિચારમાં પડ્યા, કારણ કે સિલક તેમની પાસે હતી અને તેનો આ જવાબ સાથે મેળ ખાધો નહિ. વધારે સ્પષ્ટ કહીએ તો આ હિસાબ પ્રમાણે સિલકમાં ૯૦૦ રૂપિયા ઓછા હતા. એટલે મેનેજરે પોતે જ ચોપડો હાથમાં લઈ હિસાબ ગણી જોયો તો જવાબ ૩૯૯૦૪ આવ્યો અને સિલક પણ તેટલી જ હતી.

અહીં તેમને વિચાર આવ્યો કે કારકુને ક્યાં ભૂલ કરી છે? તે જાણી લેવું, જેથી તેને યોગ્ય સૂચના આપી શકાય અને બીજી વાર તે આવી ભૂલ કરે નહિ.

મેનેજરને નવડીની રીત ધ્યાનમાં હતી, એટલે તેમણે કારકુનનો હિસાબ એ રીતે તપાસવા માંડ્યો.

૧૩૬૫૩૦ = ૧૮=૯

૯૫૭૨૫ = ૨૯ = ૧૧ = ૨

૪૦૮૦૪ ૭

૪+૦+૮+૦+૪=૧૬=૧+૬= ૭

આ રીત પ્રમાણે તો બાદબાકી બરાબર લાગી. તેમાં કોઈ ભૂલ ન હતી

પછી તેમણે બાદ કરવાની રકમ અને તફાવતનો સરવાળો કરી જોયો

૯૫૭૨૬ બાદ કરવાની રકમ
૪૦૮૦૪ તફાવત

૧૩૬૫૩૦ મૂળ રકમ

તો તે મૂળ રકમ સાથે બરાબર મળી રહ્યો આ રીતે તાળો મેળવવાથી તો ગમે તેવી ભૂલ હોય તો પણ પકડાઈ જાય, પરંતુ આમાં કોઈ ભૂલ પકડાઈ નહિ.

છેવટે તેમને વિચાર આવ્યો કે મૂળ રકમ મેળવી જોવા દે અને તેમણે રકમ મેળવી તો કારકુને કરેલી ભુલ તરત પકડાઈ ગઈ.

મૂળ રકમ રૂા ૧૩૫૬૩૦
કારકુને લખેલી રૂા. ૧૩૬૫૩૦

આમાં તેણે ૫ અને ૬ ને બદલે ૬ અને ૫ લખી નાખ્યા અને તેથી જ બાદબાકીમાં ૯૦૦ રૂપિયાની ભૂલ આવી. આ રીતે અંક ઉલટપાલટ લખવા એ કંઈ નાની

સૂની ભૂલ ન કહેવાય. આ તો સો અને હજારનાં સ્થાનો હતાં, પણ આવી ભૂલ દશ લાખ કે ક્રોડના સ્થાનમાં થઈ હોય તો! માની લો કે મૂળ રકમ ૨૬૫૨૨૭૯૨૯ છે અને તેમાંથી ૧૧૫૭૩૫૨૧૪ બાદ કરવાના છે, તો બાદબાકી નીચે મુજબ થશે :

૨૬૫૨૨૭૯૨૯
બ—————
૧૧૫૭૩૫૨૧૪
——————
૧૪૯૪૯૨૭૧૫

હવે અહીં સાતમા તથા આઠમા અંકનો વ્યત્યય થાય, એટલે કે ઉલટપાલટ લખાય તો પરિણામ નીચે મુજબ આવે :

૨૫૬૨૨૭૯૨૯
બ—————
૧૧૫૭૩૫૨૧૪
——————
૧૪૦૪૯૨૭૧૫

આમા કેટલો તફાવત પડ્યો, તે જાણવા માટે બને પરિણામોની બાદબાકી કરવી પડશે. બાદબાકીનો નિયમ એ છે કે મોટી રકમ ઉપર લખવી અને નાની રકમ નીચે લખવી, એટલે તે આ પ્રમાણે લખાશે :

૧૪૯૪૯૨૭૧૫
બ—————
૧૪૦૪૯૨૭૧૫
——————
—૯૦૦૦૦૦૦

આમા ૯૦ લાખ રૂપિયાની ભૂલ આવી! તમે ૯૦ લાખ રૂપિયા સાભળી ચોકી ઉઠશો, પણ સરકારી ખાતામાં આવી ભૂલો થાય છે અને તેનું કારણ ઉપર જણાવ્યું તેમ ચિત્તની વ્યગ્રતા, શૂન્યમનસ્કતા કે કાર્ય પ્રત્યે જોઇએ તેવી નિષ્ઠાનો અભાવ હોય છે એક કારકુનની સામાન્ય લાગતી ભૂલ દેશને કેટલુ મોટુ નુકશાન કરી શકે, તે આ પરથી સમજી શકાશે ખાનગી પેઢી તથા કારખાનાંઓએ પણ આ પરથી ધડો લેવાનો છે

નાના સરવાળા મોઢે કરવાની ટેવ પાડવી જોઇએ, તેમ નાની બાદબાકીઓ પણ મોઢે કરવાની ટેવ પાડવી જોઇએ. આથી ગણિતજ્ઞાનમા વૃદ્ધિ થાય છે અને આપણો વ્યવહાર સચવાય છે.

જ્યારે સંખ્યાને છેડે પાચ કે તે ઉપરના આકડા અને બાદ કરવાની રકમમાં પાચ નીચેના આંકડા હોય ત્યાં ખાસ મુશ્કેલી પડતી નથી, જેમકે–

૨૮ – ૧૪ = ૧૪

૩૭ – ૨૨ = ૧૫

૪૯ – ૩૩ = ૧૬

૫૫ – ૨૧ = ૩૪

૬૬ – ૪૩ = ૨૩

પરંતુ જ્યારે સંખ્યાને છેડે નાના આંકડા હોય અને બાદ કરવાની રકમના છેડે મોટા આંકડા હોય ત્યાં સાવધ રહેવું પડે છે. જેમકે —

૩૨ − ૧૭ = ૧૫

૪૧ − ૨૮ = ૧૩

૬૪ − ૩૯ = ૨૫

૭૨ − ૫૫ = ૧૭

૮૦ − ૬૯ = ૧૧

કેટલીક રકમો એવી હોય છે કે જેમના મૂલ્યમાં દશકને અનુરૂપ વધારો કે ઘટાડો કરી લેવાથી જવાબ મેળવવામાં સરલતા રહે છે. જેમકે ૬૨ માંથી ૪૯ બાદ કરવા છે, તો ૬૨ ના ૬૩ કરો અને ૪૯ ના ૫૦ બનાવો તો જવાબ તરત જ મળી જશે. ૬૩ − ૫૦ = ૧૩

આ જ રીતે ૭૧માંથી ૩૮ બાદ કરવા હોય તો ૭૧ ના ૭૦ કરો અને ૩૮ ના ૩૭ કરો તો જવાબ તરત આવી જશે. ૭૦ − ૩૭ = ૩૩.

૯૩માથી ૫૭ બાદ કરવા હોય તો ? ત્યાં પણ આ રીત અજમાવી શકાય. ૯૩માં ૩ વધારો અને ૫૭માં પણ ૩ વધારો. એટલે પ્રશ્ન બનશે ૯૬ − ૬૦, તેનો જવાબ તમે આંખના પલકારામાં આપી શકશો કે ૩૬.

ધારો કે તમારે ૧૦૫માથી ૮૮ બાદ કરવા છે, તો અહીં જરા જૂદી રીત અજમાવવી પડશે. પ્રથમ ૧૦૦માંથી ૮૮ બાદ કરો અને પછી ૫ ઉમેરી લો. એ રીતે જવાબ ૧૨ + ૫ = ૧૭ આવશે.

ધારો કે તમારે ૧૧૨માંથી ૯૭ બાદ કરવા છે, તો

ત્યાં પણ આ જ રીત અજમાવવાની. ૧૦૦ − ૯૭ = ૩ + ૧૨ = ૧૫.

ટૂંકમાં ૧૦૦ની સંખ્યા નજીકમાં હોય તો તેનો લાભ ઉઠાવવો જોઈએ. તેથી બાદબાકીમાં જરૂર સરલતા પડે છે.

હવે ૩૬૨ માંથી ૨૮૪ બાદ કરવા હોય તો શું કરવું? એ વિચારીએ. અહીં ૩૬૦માંથી ૨૮૦ બાદ કરીએ તો ૮૦ આવે અને એ માંથી ૪ બાદ કરવા હોય તો ૨ ઉછીના લેવા પડે. એટલે ૮૦માંથી ૨ બાદ કરીએ, તે તેનો ખરો જવાબ છે. ૮૦ − ૨ = ૭૮.

૫૬૩માંથી ૩૭૨ બાદ કરવા હોય તો ત્યાં પણ આવી જ રીત અજમાવી શકાય ૫૬ − ૩૭ = ૧૯ અને ૩ − ૨ = ૧. જવાબ ૧૯૧. આમાં ચાલુ રીત કરતાં જરૂર સરલતા છે.

આ રીતે અભ્યાસ કરવાથી મોટી બાદબાકીઓ પણ મોઢે કરી શકાય છે. જેમકે—

```
  ૮૭૧૯૭૪
બા ———————
  ૪૯૯૫૭૬
 ————————
```

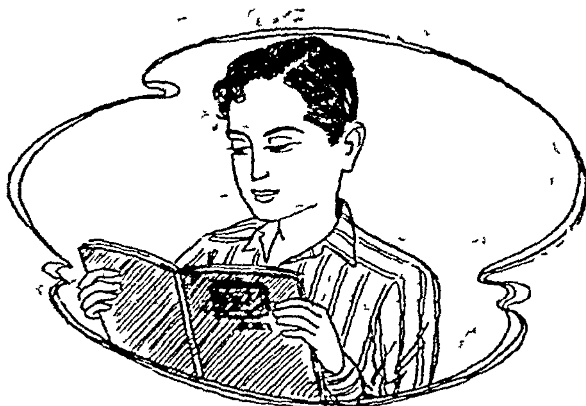
અહીં ત્રણ ત્રણ રકમના બે ભાગ પાડી દેવાથી કામ સરળ બને છે. હવે ૯૭૪માંથી ૫૭૬ બાદ કરવા હોય તો સેંકડો બાદ કરી નાખતાં ૪૦૦ જવાબ આવે છે, પણ ૭૪માંથી ૭૬ બાદ કરતાં ૨ ઉછીના પડે, એટલે જવાબ ૩૯૮ આવે.

૮૭૧માંથી ૪૯૯ બાદ કરીએ કે ૮૭૨માંથી ૫૦૦ બાદ કરીએ તો સરખું જ છે. અહીં જવાબ ૩૭૨ આવે. એટલે કે ૩૭૨૩૯૮ એ તેનો જવાબ છે. ચાલુ રીતે આ દાખલો ગણી જુઓ, એટલે તેની ખાતરી થશે.

```
  ૮૭૧૯૭૪
૫ ———
  ૪૯૯૫૭૬
 ————————
  ૩૭૨૩૯૮
```

આમાં ખરી જરૂર અભ્યાસની છે. અભ્યાસથી કયું કામ સિદ્ધ થતું નથી ? અભ્યાસથી મનુષ્ય દોરડા પર ચાલી શકે છે અને સિંહ–વાઘ સાથે કુસ્તી પણ કરી શકે છે. અભ્યાસથી મનુષ્ય પવનનો જય કરી શકે છે અને મહાન સિદ્ધિઓ પણ મેળવી શકે છે.

બાદબાકી વિષે હાલ આટલું બસ છે.



[૯]

બાદબાકીના ત્રણ પ્રયોગો

પ્રથમ પ્રયોગ

બાદબાકીનો પ્રથમ પ્રયોગ નાનો છે. પણ તે મિત્રોને જરૂર આનંદ પમાડે એવો છે. તે પ્રયોગને તમે આ રીતે કરી શકો છો ·

(૧) તમારા મિત્રને ત્રણ આંકડાની એક રકમ લખવાનુ કહો.

(૨) પછી તે રકમને ઉલટી કરવાનું કહો

(૩) તેમા જે રકમ મોટી હોય. તેમાંની નાની રકમ બાદ કરવાનું કહો

(૪) એ રીતે જે જવાબ આવે, તેની ડાબી બાજુનો પ્રથમ અક શું આવ્યો? તે તમારે પૂછવાનુ અને તેણે એનો ઉત્તર આપવાનો.

(૫) તે પરથી તમે કહી શકશો કે બાકીના બે આંકડા અમુક છે

ધારો કે તમારા મિત્રે ૭૪૫ લખ્યા છે, તો એ રકમ

ઉલટાવતાં ૫૪૭ થશે, અને ૭૪૫માંથી ૫૪૭ બાદ કરતાં ૧૯૮ આવશે. તેમાં ડાબી બાજુનો પ્રથમ અંક ૧ છે, તે પરથી તમે કહી શકશો કે બાકીના બે અંકો અનુક્રમે ૯ અને ૮ છે અને તે જરૂર આનંદ પામશે.

અહીં સમજવાનું એટલું છે કે આ રીતે કરાયેલી બાદબાકીનો બીજો અંક ૯ જ આવવાનો અને ત્રીજો અંક ૯ ની સંખ્યામાથી ડાબી બાજુનો પ્રથમ અંક બાદ કરીએ એટલો જ આવવાનો અહીં ડાબી બાજુનો પ્રથમ અંક ૧, એટલે ત્રીજો અંક ૯ − ૧ = ૮ જ આવવાનો.

બીજા બે દાખલા આ રીતે ગણી જુઓ, એટલે આ પ્રયોગ તમારા મનમાં બરાબર બેસી જશે

ધારો કે તમારા મિત્રે ૨૩૮ લખ્યા છે, તો તેની ગણના નીચે મુજબ થશે :

૨૩૮ મૂળ રકમ
૮૩૨ ઉલટાવેલી રકમ
૮૩૨ મોટી રકમ
૨૩૮ નાની રકમ
૫૯૪ આવેલો જવાબ.

અહી બીજો અંક ૯ આવ્યો છે અને ડાબી બાજુનો પ્રથમ અંક ૫ છે, એટલે ૯ − ૫ = ૪ એ ત્રીજો અંક છે.

ધારો કે તમારા મિત્રે ૪૭૯ લખ્યા છે, તો તેની ગણના નીચે મુજબ થશે :–

૪૭૯ મૂળ રકમ
૯૭૪ ઉલટાવેલી રકમ
૯૭૪ મોટી રકમ
૪૭૯ નાની રકમ
૪૯૫ આવેલો જવાબ

અહીં બીજો અંક ૯ આવ્યો છે અને ડાબી બાજુનો પ્રથમ અંક ૪ છે, એટલે ૯ − ૪ = ૫ એ ત્રીજો અંક છે.

આ રીતે બીજા પણ થોડા દાખલા ગણી જોશો, એટલે આ પ્રયોગ પર તમારો કાબૂ આવી જશે.

બીજો પ્રયોગ

બાદબાકીનો બીજો પ્રયોગ બાદબાકીમાંથી ગુપ્ત રાખેલો અંક શોધવાનો છે. તે પ્રયોગ તમે આ રીતે કરી શકો.

પ્રથમ મુખ્ય રકમ સાભળી જાઓ, પછી બાદ કરવાની રકમ સાંભળી જાઓ અને ત્યાર બાદ બાદબાકીની રકમ સાંભળી જાઓ. આમાં પ્રશ્નકારે એક અંક ગુપ્ત રાખેલ છે અને તે ૦ નથી, તે પરથી તમે તરત જ કહી શકશો કે કયો અંક ગુપ્ત રાખવામાં આવ્યો છે.

ધારો કે તમારા મિત્રે મુખ્ય રકમ નીચે મુજબ સંભળાવી.

૩ ૫ ૭ ૯ ૪ ૮ ૬.

તો તમારે એ આખી સંખ્યા યાદ રાખવાની જરૂર નથી માત્ર તેના અંકોનો સરવાળો જ કરતા જાઓ. અહીં તમારા મિત્રને માત્ર આંકડા બોલવાનું જ કહેશો અને

તે ધીરે ધીરે બોલે એવી સૂચના આપશો, એટલે તમારું કામ સરલ બની જશે.

આ રીતે ઉપરની રકમના આંકડાઓનો સરવાળો ૩ + ૫ + ૭ + ૯ + ૪ + ૮ + ૬ = ૪૨ આવશે. તેનો તમારે એક અંક બનાવી લેવાનો. તે ૪ + ૨ = ૬ બનશે.

હવે તમારો મિત્ર બાદ કરવાની રકમ સંભળાવશે. તેમાં પણ તમારે આ રીતે જ આંકડા સાંભળી તેનો સરવાળો કરવાનો અને છેવટે એક અંક બનાવવાનો. માનો કે તમારા મિત્રે અહીં નીચે પ્રમાણે રકમ સંભળાવી :

૧ ૬ ૪ ૨ ૦ ૯ ૮

તો તેનો સરવાળો ૧ + ૬ + ૪ + ૨ + ૦ + ૯ + ૮ = ૩૦ થશે અને તેનો ૩ + ૦ એ પ્રમાણે સરવાળો કરતાં એક અંક ૩ બનશે

આ પરથી તમારે એટલું સમજવાનું કે અહીં બાદબાકીની જે રકમ આવશે તે ૬ − ૩ = ૩ જ આવશે. તે આ પ્રમાણે :–

૩ ૫ ૭ ૯ ૪ ૮ ૬	= ૬
૧ ૬ ૪ ૨ ૦ ૯ ૮	= ૩
૧ ૯ ૩ ૭ ૩ ૮ ૮	= ૩

૧ + ૯ + ૩ + ૭ + ૩ + ૮ + ૮ = ૩૯ = ૩ + ૯ = ૧૨ = ૧ + ૨ = ૩.

આ રકમમાં ૦ શૂન્ય છે નહિ અને હોય તો પણ બાદ કરવાનું નથી. હવે તમારો મિત્ર આમાંનો કોઈ પણ અંક ગુપ્ત રાખીને તમને રકમ સંભળાવવાનો છે. માનો કે તેણે ૭ નો અંક ગુપ્ત રાખ્યો છે, તો તેના ફરતું કુંડાળુ મૂકી બાકીના અંકો તમને સંભળાવશે. તે આ પ્રમાણે :

૧ ૯ ૩ . ૩ ૮ ૮

અહી તમારે આ આંકડાનો સરવાળો કરવાનો. જેમ કે–૧ + ૯ + ૩ + ૩ + ૮ + ૮ = ૩૨ = ૫.

જો બધા અંકો સાંભળ્યા હોત તો પરિણામ ૩ આવત, પણ અહીં એક અંક ઓછો સંભળાવ્યો છે, એટલે પરિણામ ૫ આવ્યુ તે પરથી એમ વિચારવાનુ કે આમાં ક્યો અંક ઉમેરીએ તો જવાબ ૩ આવે ?

આ વાત પ્રથમ તો તમને વિચિત્ર લાગશે, પણ એ ભૂલવાનુ નથી કે અહી તો બધા આંકડાનો એક આંકડો બનાવવાની વાત છે અને તેમા આ રીતે જ નિર્ણય કરવાનો હોય છે. જો તમે ૫ માં ૭ ઉમેરો તો જવાબ ૧૨ આવશે અને તેના બને આંકડાનો ફરી સરવાળો કરતા ૧ + ૨ = ૩ પરિણામ આવી જશે. એટલે અહી ૭ નો અંક ગુપ્ત છે, એવો જવાબ તમે ખાતરીથી આપી શકશો

ધારો કે તમારા મિત્રે અહી ૭ નહિ, પણ ૮ નો અંક ગુપ્ત રાખ્યો છે, તો તમને નીચે પ્રમાણે રકમ સંભળાવશે -

૧ ૯ ૩ ૭ ૩ ૮ ..

આનો સરવાળો ૧ + ૯ + ૩ + ૭ + ૩ + ૮ = ૩૧

= ૪ આવશે. તો પ્રશ્ન એ છે કે ૪ માં કઈ સંખ્યા ઉમેરીએ તો જવાબ ૩ આવે. અહીં તમે ૮ ઉમેરો તો જ ૪ + ૮ = ૧૨ થાય અને તેનો સરવાળો ૧ + ૨ મળી ૩ આવે, એટલે અહીં ૮ નો અંક ગુપ્ત રાખ્યો છે, એ નિશ્ચિત છે.

ધારો કે તમારા મિત્રે અહીં ૯ નો અંક ગુપ્ત રાખ્યો હોત તો શી પરિસ્થિતિ થાત ? તે પણ સમજી લેવું જોઇએ

આ સંયોગોમાં તે તમને નીચે પ્રમાણે રકમ સંભળાવત :

૧... ૩ ૭ ૩ ૮ ૮

તેનો સરવાળો થાત ૧ + ૩ + ૭ + ૩ + ૮ + ૮ = ૩૦ = ૩ + ૦ = ૩.

હવે પૂરી બાદબાકીનો અંક ૩ થવો જોઇએ, અને અહીં ૩ જવાબ આવે છે, એટલે તેણે ૦ કે ૯ નો અંક છૂપાવેલો હોવો જોઇએ. કેમ કે ૩ + ૦ = ૩ અને ૩ + ૯ = ૧૨ = ૧ + ૨ = ૩ આ રીતે ૦ ઉમેરતા તથા ૯ ઉમેરતા જવાબ સરખો જ આવે, તેમા ૦ ગુપ્ત રાખવાનું નથી, એ વાત પ્રારંભમાં જ સ્પષ્ટ થઈ ગઈ છે, એટલે અહીં તેણે ૯ નો અંક ગુપ્ત રાખેલો છે.

બીજો એક પ્રયોગ આ રીતે કરી જુઓ, એટલે કામ પાકું થશે.

મૂળ સંખ્યા	૪૯૬૩૭૮ =	૩૭ =	૧૦ =	૧
−	૩૨૮૯૪૩ =	૨૯ =	૧૧ =	− ૨
	૧૬૭૪૩૫ =	૨૬ =	૮	૮

આ બાદબાકી બરાબર છે, પરંતુ ઉપર ૧ માંથી ૨ બાદ કરતાં ૮ મૂક્યા, તે કેવી રીતે? અહીં ૨ માં કેટલા ઉમેરીએ તો છેવટનો સરવાળો ૧ આવે, એમ વિચારવાનું છે અને એ પરિણામ ૮ ઉમેરવાથી જ આવી શકે, એટલે નીચે ૮ મૂક્યા છે.

ધારો કે આ બાદબાકીમાંથી ૬નો અંક ગુપ્ત રાખેલ છે, તો રકમ નીચે મુજબ સંભળાવશે :

૧... ૭ ૪ ૩ ૫

તેનો સરવાળો થશે ૧ + ૭ + ૪ + ૩ + ૫ = ૨૦ = ૨. હવે વિચારવાનું એ કે ૨માં કેટલા ઉમેરીએ તો ૮ આવે? તેનો સીધો જવાબ ૬ છે, એટલે ૬નો અંક ગુપ્ત રાખેલો છે.

અથવા આ રકમમાંથી ૪નો અંક ગુપ્ત રાખ્યો હોય, તો રકમ નીચે મુજબ સંભળાવે :

૧ ૬ ૭... ૩ ૫

તેનો સરવાળો થશે ૧ + ૬ + ૭ + ૩ + ૫ = ૨૨ = ૪. હવે વિચારવાનું એ કે ૪માં કેટલા ઉમેરીએ તો ૮ આવે? તેનો સીધો જવાબ ૪ છે, એટલે ૪નો અંક ગુપ્ત રાખેલો છે.

ત્રીજો પ્રયોગ

આ ગ્રંથના છઠ્ઠા પ્રકરણમાં સરવાળાનો એક સુંદર પ્રયોગ આપવામાં આવ્યો છે, તે તમે ધ્યાનથી વાંચો—

વિચાર્યો હશે. તેને જ મળતો આ પ્રયોગ છે. તેમાં ૪ સંખ્યાઓના સરવાળાની રકમ અગાઉથી કહી દેવામાં આવે છે, ત્યારે આ પ્રયોગમાં ત્રણ સંખ્યાઓ ધાર્યા પછી કયો અંક બાકી રહેશે, તે ખાતરીથી કહી આપવામાં આવે છે.

પ્રથમ સોળ ખાનાનો યંત્ર બનાવવાનો અને તેમાં કોઈ પણ સંખ્યાથી શરૂ કરીને અનુક્રમે આંક ભરવાના. પછી તેમાંથી એક અંક ધારવાનો, તેના પર કુંડાળું કરવાનું અથવા તેને ઘૂંટીને જાડો બનાવવાનો અને તેની ઊભી તથા આડી હારમાં આવતી સંખ્યાઓ પર ચોકડી મારવાની. આ રીતે ત્રણ સંખ્યાઓ ધારવાની. તેનો સરવાળો કહેવાનો. એટલે તમે કહી શકશો કે કોઠામાં અમુક સંખ્યા બાકી રહેલી છે.

દાખલા તરીકે—

૧૬	૧૭	૧૮	૧૯
૨૦	૨૧	૨૨	૨૩
૨૪	૨૫	૨૬	૨૭
૨૮	૨૯	૩૦	૩૧

આ પ્રમાણે સોળ ખાનાનો યંત્ર બનાવવામાં આવ્યો છે. તો છઠ્ઠા પ્રકરણમાં આપેલી રીત મુજબ તેમાંથી કોઈ

પણ ચાર સંખ્યા ઉપરની રીતે ધારતાં તેનો જવાબ ૧૬ + ૧૯ + ૨૮ + ૩૧ = ૯૪ આવવાનો. (અહીં ચારેય ખૂણાની સંખ્યા લઈ તેનો સરવાળો કરવામાં આવ્યો છે.)

બીજી રીતે ગણીએ તો ૧૬ × ૨ = ૩૨ + ૧૫ = ૪૭ × ૨ = ૯૪. એટલે ધારેલી ૪ સંખ્યાનો જવાબ ૯૪ આવવાનો એ નિશ્ચિત હકીકત છે. હવે ૩ રકમો ધાર્યા પછી જો તેનો સરવાળો કહેવામાં આવે તો ૯૪ માંથી એ રકમ બાદ કરવાની. તેનું જે પરિણામ આવે તે જ કોઠો બાકી હોઈ શકે, અન્ય નહિ.

આ દાખલો એ રીતે ગણી જોઈએ, એટલે વસ્તુ વધારે સ્પષ્ટ થશે. ધારો કે તમારા મિત્રે પ્રથમ ૨૬ ની સંખ્યા ધારી તો પરિસ્થિતિ નીચે મુજબ થશે.—

૧૬	૧૭	૧૮ ×	૧૯
૨૦	૨૧	૨૨ ×	૨૩
૨૪ ×	૨૫ ×	૨૬" ×	૨૭ ×
૨૮	૨૯	૩૦ ×	૩૧

ત્યાર બાદ ૨૦ની સંખ્યા ધારી છે, તો પરિસ્થિતિ નીચે મુજબ થશે :—

૧૬ ×	૧૭	૧૮ ×	૧૯
૨૦″ ×	૨૧ ×	૨૨ ×	૨૩ ×
૨૪ ×	૨૫ ×	૨૬″ ×	૨૭ ×
૨૮ ×	૨૯	૩૦ ×	૩૧

ત્યાર બાદ ૨૯ની સંખ્યા ધારી, તો પરિસ્થિતિ નીચે મુજબ થશે :—

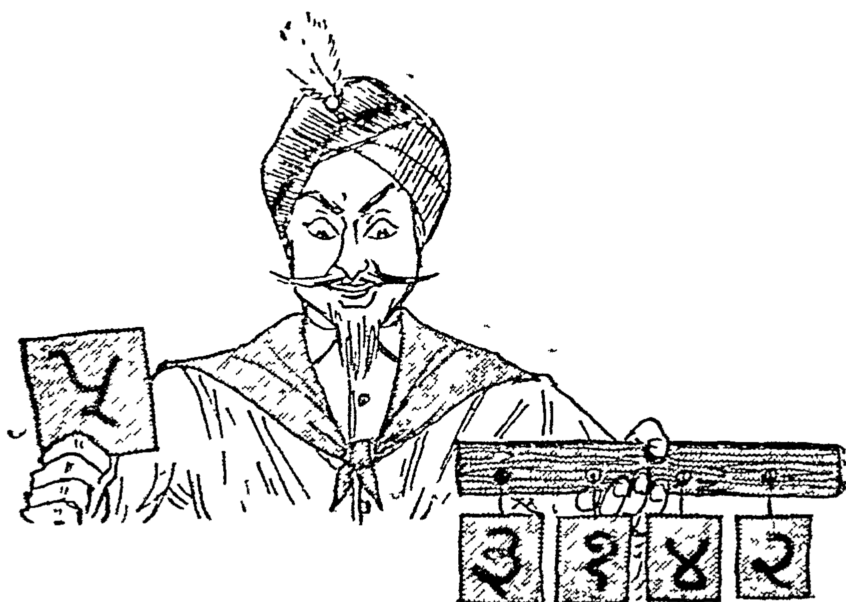
૧૬ ×	૧૭ ×	૧૮ ×	૧૯
૨૦″ ×	૨૧ ×	૨૨ ×	૨૩ ×
૨૪ ×	૨૫ ×	૨૬″ ×	૨૭ ×
૨૮ ×	૨૯″ ×	૩૦ ×	૩૧ ×

આ રીતે હવે માત્ર ૧૯ની સંખ્યા બાકી રહેશે.

અહીં તમારા મિત્ર ધારેલી ત્રણ રકમનો સરવાળો કહેશે કે ૭૫ (૨૬ + ૨૦ + ૨૯ = ૭૫), એટલે તમે ૯૪ માંથી ૭૫ બાદ કરીને કહી શકશો કે ૧૯ની રકમ બાકી રહી છે.

આ પ્રયોગ જરૂર આનંદ પમાડશે, એટલું જ નહિ પણ કેટલાકને આશ્ચર્ય પણ પેદા કરશે.

અહીં તમે કહી શકો છો કે આ તો ગણિતરૂપી ગગન-મંડળનો એક નાનકડો તારલો છે. આવા તારલા તો તેમાં અનેક પ્રકાશે છે. તમે એ બધાનાં દર્શન કરશો, તો જરૂર આનંદ થશે.



[૧૦]

ગુણાકાર અંગે પ્રાથમિક તૈયારી

સરવાળા આવડે, બાદબાકી આવડે, પણ ગુણાકાર ન આવડે તો વ્યવહારનું ગાડું ગબડે નહિ.

'માનો કે નારંગીની એક ટોપલીનો ભાવ ૩ રૂપિયા છે અને ૧૧ ટોપલીઓ ખરીદવી છે, તો કુલ કેટલા રૂપિયા જોઈએ?'

આ પ્રશ્નનો જવાબ સરવાળાથી મળે ખરો, પણ તે માટે નીચે પ્રમાણે નોંધ કરવી પડે:—

ટોપલી	રૂપિયા
૧	૩
૨	૩
૩	૩
૪	૩
૫	૩
૬	૩
૭	૩
૮	૩

૯	૩
૧૦	૩
૧૧	૩
	કુલ ૩૩

પરંતુ ટોપલીની સંખ્યા ૩૫ હોય તો? અથવા ૧૨૫ હોય તો? અથવા ૪૫૦ હોય તો? ત્યાં કેટલી મોટી નોંધ કરવી પડે અને તેમા સમય પણ કેટલો જાય? વળી ઘણી રકમોના સરવાળા હોય ત્યાં ભૂલ પડવાનો સંભવ પણ ખરો, એટલે તેની ખાસ ચકાસણી પણ કરવી પડે.

પરંતુ અહીં ગુણાકારથી કામ લઈએ તો ચપટી વગાડતા જવાબ આવી જાય. જેમકે—

૧૧	૩૫	૧૨૫	૪૫૦
× ૩	× ૩	× ૩	× ૩
૩૩	૧૦૫	૩૭૫	૧૩૫૦

ક્યાં લાંબાલચ સરવાળા અને ક્યાં આ ત્રણ પદની ટૂંકી રીત! જો સરવાળાને આપણે બેલગાડીની ઉપમા આપીએ, તો ગુણાકારને વિમાન જ કહેવું પડે.

અહીં એટલી સ્પષ્ટતા આવશ્યક છે કે જ્યાં રકમો વિષમ હોય એટલે કે એક સરખા પ્રમાણની ન હોય, ત્યાં તો સરવાળો જ કરવો પડે છે, તે સિવાય બીજો કોઈ માર્ગ નથી; પરંતુ બધી રકમો સમ એટલે સરખા પ્રમાણવાળી હોય, ત્યાં આ ગુણાકારનું સાધન વાપરી શકાય છે. દાખલા તરીકે પત્થરના પાંચ ઢગલા છે. તેમાં ૧૧, ૧૪, ૧૬, ૧૩,

૧૨ એમ પત્થરોની વિષમ સંખ્યા છે, તો તેની કુલ સંખ્યા જાણવા માટે સરવાળો જ કરવો પડશે. જેમકે—

	૧૧
	૧૪
	૧૬
	૧૩
	૧૨
કુલ	૬૬

પરંતુ પત્થરના આ પાંચ ઢગલામાં પત્થરોની સંખ્યા સમ હોય એટલે કે બધામા ૧૧ હોય, બધામા ૧૪ હોય, બધામાં ૧૬ હોય, બધામાં ૧૩ હોય કે બધાસાં ૧૨ હોય તો ત્યાં ગુણાકાર માંડીને જવાબ મેળવી શકાય. જેમકે—

૧૧	૧૪	૧૬	૧૩	૧૨
× ૫	× ૫	× ૫	× ૫	× ૫
૫૫	૭૦	૮૦	૬૫	૬૦

+ એ સરવાળાનું ચિહ્ન છે, − એ બાદબાકીનું ચિહ્ન છે, તેમ × એ ગુણાકારનું ચિહ્ન છે. જ્યારે એક સંખ્યા અને બીજી સંખ્યા વચ્ચે × આવી ચોકડી મૂકેલી હોય, ત્યારે સમજવાનું કે તે બે સંખ્યાનો ગુણાકાર કરવાનો છે. ૧૧ × ૩ એટલે ૧૧ની સંખ્યાને ૩ થી ગુણવાના છે. અહી એ પણ જાણી લેવું જરૂરનું છે કે જે સંખ્યાને ગુણવાની હોય તેને 'ગુણ્ય' કહેવાય છે, જે સંખ્યા વડે ગુણવાની

હોય તેને 'ગુણક' કહેવાય છે અને તેનું જે પરિણામ આવે તેને 'ગુણાકાર' કહેવાય છે. એ રીતે ૧૧ એ ગુણ્ય છે, ૩ એ ગુણક છે અને ૩૩ એ ગુણાકાર છે.

ગુણાકાર કરવા માટે જૂદી જૂદી અનેક રીતો ચાલે છે, પણ તેની સહુથી વધારે પ્રસિદ્ધ અને અનુકૂળ રીત નીચે મુજબ છે :

પ્રથમ ગુણ્ય સંખ્યાની સ્થાપના કરવી, તેની નીચે × આવું ચિહ્ન મૂકીને ગુણકની સંખ્યા લખવી અને તેની નીચે લીંટી દોરવી પછી ગુણવાની ક્રિયા કરવી. તેમા પ્રથમ ગુણકના એકમ વડે ગુણ્યના એકમ આદિ દરેક અંકને ગુણવા. એ ક્રિયા પૂરી થયા બાદ ગુણકના દશક વડે ગુણ્યના એકમ આદિ દરેક અંકને ગુણવા, પણ તેનુ પરિણામ એક અંક-સ્થાન છોડીને નીચે લખવું આ પ્રમાણે અન્ય તમામ અંકોનુ સમજી લેવું. આ રીતે ગુણવાની ક્રિયા પૂરી થાય, એટલે નીચે લીંટી દોરવી અને બધી રકમોનો સરવાળો કરવો, એટલે ગુણાકારની સંખ્યા પ્રાપ્ત થાય

દાખલા તરીકે ૧૨૫ ગુણ્ય છે અને ૩૭ ગુણક છે, તો તેનો ગુણાકાર નીચે મુજબ થશે :—

૧૨૫	ગુણ્ય
× ૩૭	ગુણક
૮૭૫	ગુણવાની ક્રિયા
૩૭૫×	
૪૬૨૫	ગુણાકાર

અહીં પ્રથમ ૭ અને ૫ નો ગુણાકાર કર્યો, તેમાં ૩૫ આવતાં ૫ ને નીચે ઉતાર્યો અને ૩ ને વૃદ્ધિમાં રાખ્યો પછી ૭ અને ૨ નો ગુણાકાર કર્યો, તેમાં ૧૪ આવતાં ૩ વૃદ્ધિ ઉમેરી, એટલે ૧૭ થયા, તેનો ૭ નીચે ઉતાર્યો અને ૧ ને વૃદ્ધિમા રાખ્યો. પછી ૭ ને ૧ નો ગુણાકાર કર્યો, તેમાં ૭ આવતાં ૧ વૃદ્ધિ ઉમેરી, એટલે ૮ થયા, તે ૮ નીચે ઉતાર્યો. આ રીતે ૧૨૫ ને ૭ થી ગુણતાં ૮૭૫ ની સંખ્યા આવી, તે પહેલી લીંટીમાં લખી.

ત્યાર પછી ૩ વડે ગુણાકાર કરવાની શરૂઆત કરી. આનુ પરિણામ એક અંકસ્થાન છોડીને લખવાનું છે, એટલે એકમના આંક નીચે ચોકડી મારી દીધી, જેથી બધા અંકો એક અંકસ્થાનના ફેરમાં જ લખાય.

૩ ને ૫ થી ગુણતા ૧૫ આવ્યા, તેમાંનો ૫ નીચે ઉતાર્યો અને ૧ વૃદ્ધિમાં રાખ્યો. પછી ૩ અને ૨ થી ગુણતાં ૬ આવ્યા, તેમાં ૧ વૃદ્ધિ ઉમેરતા ૭ થયા, તે નીચે ઉતાર્યા. ત્યારબાદ ૩ ને ૧ થી ગુણતાં ૩ આવ્યા, તેને નીચે ઉતાર્યા. આ પ્રમાણે ૧૨૫ ને ૩ થી ગુણતાં ૩૭૫ ની સંખ્યા આવી, તે એક અંકસ્થાન છોડીને નીચે લખી.

પછી તેનો સરવાળો કરતાં ૪૬૨૫ પરિણામ આવ્યું, તેને જ ગુણાકાર સમજવાનો.

હવે પછીના પૃષ્ઠોમા ગુણાકારને લગતી અનેક ટૂંકી અને સહેલી રીતો આપી છે. તે વાચકોએ ધ્યાનથી વાંચવા-વિચારવાની છે.

[૧૧]

ગુણાકારની ટૂંકી અને સહેલી રીતો

[ગુચ્છ પહેલું]

૧–પાંચ વડે ગુણવાની રીતો

આપણા વ્યવહારમા ૫ નો ઉપયોગ ખૂબ જ થાય છે અને તેના વડે સખ્યાઓને ગુણવાનો પ્રસગ અનેક વાર આવે છે, તેથી ૫ વડે ગુણાકાર કેમ કરવો ? તે પ્રથમ વિચારીએ.

ધારો કે ૪૮ ને ૫ વડે ગુણવાના છે, તો ચાલુ પદ્ધતિએ ગુણાકાર કરતાં પ્રથમ ૮ ને ૫ વડે ગુણવો પડશે, તેમા ૦ નીચે ઉતારી ૪ વૃદ્ધિ બાજુએ રાખવી પડશે અને ત્યાર પછી ૪ ને ૫ વડે ગુણી તેમા ૪ વૃદ્ધિ ઉમેરતાં ૨૪ નો આંક આવશે, તે લખવો પડશે. આ રીતે તેનો જવાબ ૨૪૦ આવશે, પરંતુ આ દાખલો અન્ય રીતે બહુ સહેલાઈથી ગણી શકાય એવો છે.

૫ એ ૧૦ નો અર્ધો ભાગ છે, એટલે ૪૮ને ૧૦ થી ગુણીએ અને તેને ૨ થી ભાગીએ તો પણ એ જ પરિણામ આવે. જેમ કે—

૪૮ × ૧૦ = ૪૮૦ − ૨ = ૨૪૦.

અથવા ૪૮ ને ૨ થી ભાગી પછી તેને ૧૦ થી ગુણીએ તો પરિણામ એ જ આવે. જેમ કે–

૪૮ − ૨ = ૨૪ × ૧૦ = ૨૪૦.

કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૦ થી ગુણવાનું કામ સહેલું છે અને ૨ થી ભાગવાનું કામ પણ સહેલું છે, એટલે પ્રથમ કરતાં આ રીત વધારે સરલ પડે તેમ છે. ખાસ કરીને માનસિક ગણતરી કે મૌખિક હિસાબમાં તો આ જ રીત કામમાં લેવા જેવી છે.

અહીં એટલી સ્પષ્ટતા કરી દઈએ કે કોઈ પણ સંખ્યાને ૨ થી ભાગવી, એટલે તેનુ અરધુ કરવું એ દૃષ્ટિએ આવા દાખલામા અરધાના આક ઘણા ઉપયોગી થઈ પડે જેઓને અરધાના આંક યાદ છે, તેઓ અહીં 'અડતાલીશ અરધે ચોવીશ અને આગળ એક મીંડું' એટલી ગણતરી કરીને જ ૨૪૦ નો જવાબ મૂકી દેશે શુ આ રીત ઘણી ઝડપી અને સહેલી નથી ?

હવે આ રીતથી કેટલાક દાખલા ગણી જોઈએ, તો આ રીતનો અભ્યાસ થશે અને તેથી કોઈ પણ સંખ્યાને ૫ વડે ઝપાટામાં ગુણી શકાશે

રીત જાણીએ, પણ તેનો અભ્યાસ ન કરીએ તો આપણને ખાસ લાભ થાય નહિ. આપણે કોઈ અનુભવી પુરુષના મુખમાંથી સાભળ્યું કે–

આંખે ત્રિફળા દાતે લૂણ;
પેટ ન ભરીએ ચારે ખૂણ.

તો શું એટલાથી જ લાભ થાય ખરો ? એ તો ત્રિફળા (હરડાં, બહેડાં અને આંબળા)ને ખાંડી માટીની મટકીમાં આખી રાત પલાળવા પડે, અને તેનું પાણી ગાળી લઈને રોજ સવારે દાતણ કર્યાં પછી આંખે છાંટવું પડે. તો જ આંખોનુ તેજ વધે અને લાભ થાય એજ રીતે દાતે અવાર-નવાર લૂણ એટલે મીઠું ઘસતા રહેવું જોઈએ, તોજ અવાળાં ન ફૂલે, રસી ન થાય અને દાંતની અનેક પ્રકારની વ્યાધિઓમાથી બચી જવાય ભોજન માટે પણ એમ જ સમજવું. રસોઈ ગમે તેવી સ્વાદિષ્ટ હોય, તો પણ પેટ ઠાસીને જમવું નહિ. તેનો થોડો ભાગ હંમેશા ઊણો એટલે અધૂરો રાખવો. આ પ્રકારે ભોજન કરનાર બનતા સુધી બિમાર પડતો નથી અને કદાચ પડે તો પણ જલ્દી સાજો થઈ જાય છે. કહેવાનું તાત્પર્ય એ છે કે અનુભવી પુરુષોએ આપણને જે રીત બતાવી હોય તે માત્ર જાણી લેવાથી જ ફાયદો થતો નથી, પણ તે પ્રમાણે વર્તવાથી કે તેનો અભ્યાસ કરવાથી ફાયદો થાય છે.

૩૨૪ને ૫ થી ગુણવા હોય તો એ કામ પણ સહેલું છે પ્રથમ રીત પ્રમાણે તેના ૩૨૪૦ બનાવો અને ૨ થી ભાગો, એટલે તેનો જવાબ ૧૬૨૦ આવશે અહીં ૩૨૪૦ને ૨ થી શી રીતે ભાગવા ? તેનું માનસિક ચિત્ર રજૂ કરીએ છીએ.

૩૨	૪૦
૧૬	૨૦

મનમાં ૩૨ ૪૦ની સંખ્યા કલ્પી તેની નીચે 'બત્રીશ

અરધું સેાળ’ અને ‘ચાલીશ અરધું વીશ’ એ પ્રમાણે સંખ્યા મૂકતાં ૧૬૨૦ નેા આંક આવી જશે.

અહીં બીજી રીત પ્રમાણે ૩૨૪ ને ૫ વડે ગુણવા હેાય તેા ૩૨૪ના અરધા કરવા પડે. તે ઉપર બતાવેલી માનસિક રીતથી શીઘ્ર થઈ શકે. અથવા ‘ત્રણસેા અરધું દેાઢસેા અને ચેાવીસ અરધુ બાર’ એ રીતે ૧૬૨ નેા આક મૂકી તેના પર શૂન્ય ચડાવી શકાય.

જ્યાં એક કરતાં વધારે રીત આપી હેાય, ત્યા અનુકૂળતા મુજબ કામ લેવું વધારે રીત આપવાનેા હેતુ પણ એ જ છે કે જ્યા એક રીત ન ફાવે, ત્યા બીજી રીતથી કામ લઈ શકાય.

ધારેા કે ૫૧૭ ને ૫ થી ગુણવા છે, તેા શું કરશેા? તેમાં પહેલી રીત અજમાવશેા કે બીજી? અમારા અભિપ્રાયથી અહીં પહેલી રીત અજમાવવાનું ઠીક પડશે. જેમકે–

૫૧૭ × ૧૦ = ૫૧૭૦ ÷ ૨ = ૨૫૮૫.

આ દાખલેા બીજી રીત પ્રમાણે ગણવેા હેાય તેા આ રીતે ગણી શકાય

૫૧૭ – ૨ = ૨૫૮॥ × ૧૦ = ૨૫૮૫.

તાત્પર્ય કે ૫૧૭ એ વિષમ સંખ્યા છે, એટલે તેનું અરધુ કરતા બે પાન આવે. અપૂર્ણાંકની પરિભાષામા કહીએ તેા $\frac{1}{2}$ આવે. પૂર્ણાંક કરતા અપૂર્ણાંકનું કામ કંઈક અંશે કઠિન ગણાય, આથી અમે પ્રથમની રીતને પસંદગી આપી છે.

હજી એક મોટો ગુણાકાર કરી જોઈએ તો જ ચાલુ પદ્ધતિ કરતાં આ રીત કેટલી ટૂંકી અને કેટલી સહેલી છે, તે સમજી શકાશે. ધારો કે ૨૩૨૪૬૫ને ૫ થી ગુણવા છે, તો ચાલુ પદ્ધતિએ આ પ્રમાણે ગુણાકાર થશે :

```
 ૨૩૨૪૬૫
     ×૫
───────
૧૧૬૨૩૨૫
```

આમાં પ્રત્યેક આંકને ગુણવાનો વિધિ કરવો પડે અને વૃદ્ધિને ચડાવવા વગેરેની પણ સાવધાની રાખવી પડે. જ્યારે બીજી રીતમા ૨૩૨૪૬૫૦ – ૨ = ૧૧૬૨૩૨૫ આટલો વિધ કરવાથી જ જવાબ આવી જાય છે

૨–પંદર વડે ગુણવાની રીતો

ધારો કે ૭૮૨ ને ૧૫ વડે ગુણવા છે, તો મૌખિક ગુણી શકશો ખરા ? જો એ માટે તમારી તૈયારી ન હોય તો અહીં બતાવવામા આવેલી રીતનો ઉપયોગ કરો.

૧૫ એટલે ૧૦ + ૫, આ વાત તો તમારા ખ્યાલમાં છે જ, પણ તેનો ઉપયોગ કેમ કરવો ? તે કદી વિચાર્યુ છે ખરૂં ? ઝાડ પરથી ફળ પડવાનું લાખો માણસો નજરે જુએ છે, પણ તે નીચે શા માટે પડે છે ? ઉપર કેમ જતુ નથી ? એવો વિચાર તેમાંના કેટલા કરે છે ? આઈઝેક ન્યુટન નામના એક મહાનુભાવે એનો ગંભીરતાથી વિચાર કર્યો, એટલે તેને ગુરુત્વાકર્ષણનો નિયમ જડી આવ્યો. આ

૧૫ નું પણ તેમ જ છે. ગણિતશાસ્ત્રીઓએ ૧૦ + ૫ =૧૫ પરથી એવો સિદ્ધાંત તારવ્યો છે કે 'કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૦ વડે ગુણી, તેમાં તેનું અરધું ઉમેરીએ તો તેનું પરિણામ મૂળ સંખ્યાને ૧૫ વડે ગુણ્યા બરાબર આવે.'

દાખલા તરીકે ૩ ને ૧૫ થી ગુણતાં ૪૫ ની સખ્યા આવે છે. તે અહીં આ રીતે આવે : ૩ × ૧૦ = ૩૦ + ૧૫ = ૪૫ અથવા ૮ ને ૧૫ થી ગુણતાં ૧૨૦ ની સંખ્યા આવે છે, તે અહીં આ રીતે આવે · ૮ × ૧૦ = ૮૦ + ૪૦ = ૧૨૦.

આ રીત પ્રમાણમા સહેલી છે, એટલે મૌખિક હિસાબો કરવામાં તેનો ઉપયોગ કરી શકાય. અહી આ રીત આ પ્રમાણે અજમાવીએ :

૭૮૨ × ૧૦ = ૭૮૨૦ + ૩૯૧૦ = ૧૧૭૩૦

૭૮૨ને ૧૦ વડે ગુણવાનું કામ જરાયે અઘરું નથી. ત્યાં તો માત્ર શૂન્ય જ ચડાવવાનું છે અહીં સાત હજાર આઠસો ને વીશ એ પ્રમાણે સંખ્યા યાદ રાખવી જોઈએ અને આંખ બધ કરીને માનસિક ભૂમિ પર નજર નાખીએ તો ત્યાં ૭૮૨૦ એ પ્રમાણે આકડાના સાક્ષાત્ દર્શન થવા જોઈએ જો આટલુંયે યાદ ન રહે કે મનમા ચિત્ર ન ઉઠે તો સમજવું કે આપણો માનસિક વિકાસ ઘણો ઓછો છે અને તે સુધારવાની ખાસ આવશ્યક્તા છે

૭૮૨૦ નો આક યાદ રહ્યા પછી તેને ૨ થી ભાગવો જોઈએ, અર્થાત્ તેનું અરધું કરવું જોઈએ. અહીં અરધાના

આકની મદદથી 'અઠ્ઠોત્તેર અરધું' ઓગણચાલીશ અને વીશ અરધું દશ' એ રીતે ૩૯૧૦ નો આંક લાવી શકાય.

હવે વાત રહી બંનેનો સરવાળો કરવાની. અહીં કેટલાક કહેશે કે 'આ કામ સહેલું નથી. આ તો કાગળ-પેનસીલની મદદ વિના થઈ શકે જ નહિ.' પરંતુ અહીં એ વિચારવું ઘટે કે 'કાગળ-પેનસીલનો વપરાશ તો છેલ્લી થોડી સદીઓમાં જ થયો. તે પહેલાં લોકો શું કરતા હશે?' આના જવાબમા કોઈ એમ કહે કે 'ભૂજપત્રની છાલ વગેરે પર લખતા હશે કે રેતીમાં આંકડા પાડતા હશે' તો એમ બનવા સંભવ છે, પણ એ વખતે ઘણાખરા મનુષ્યો માનસિક શક્તિનો જ ઉપયોગ કરતા અને આવા દાખલાઓના જવાબ ઝડપથી આપી દેતા. આપણે પણ આવી શક્તિ કેમ ન કેળવીએ?

૭૮૨૦ અને ૩૯૧૦નો ચાલુ પદ્ધતિએ સરવાળો કરવો હોય તો એ વસ્તુ માનસિક ગણતરી કરનારને ફાવે તેમ નથી. પ્રથમ તો એમાં જમણી બાજુથી શરૂ કરીને ડાબી તરફ જવાનું હોય છે, એટલે જવાબ આપવા માટે એ રીત અવળી પડે છે અને બીજું તેમા દરેક આંકડાનો સરવાળો કરવો, તેમાંનો છેલ્લો અંક નીચે ઉતારવો, જે વૃદ્ધિ આવે તેને પછીના અંકમાં જોડવી વગેરે કડાકૂટ હોય છે તેથી અહીં જૂદી જ રીત અજમાવવામાં આવે છે.

આ રીતમાં પ્રથમ ડાબી બાજુના બે આકડાઓને બીજી લીંટીના ડાબી બાજુના બે આંકડાઓમાં ભેળવવામાં

આવે છે અને ત્યારપછી જમણી બાજુના બે આંકડાઓને બીજી લીટીના જમણી બાજુના બે આંકડામાં ભેળવવામાં આવે છે આથી કામ સહેલુ સટ બની જાય છે. તે વખતે કેવું માનસિક ચિત્ર દોરાય છે, તે નીચે આપ્યું છે·

૭૮	૨૦
+ ૩૯	+ ૧૦
૧૧૭	૩૦

અહીં જો સરવાળો ન કરવો હોય અને માત્ર ગુણાકારથી જ કામ લેવું હોય તો લઈ શકાય છે. આ વિધાન તમને કદાચ વિચિત્ર લાગશે, કારણ કે ૭૮૨૦ અને ૩૯૧૦ને સાથે જોડેલા છે, તેમા ગુણાકાર શી રીતે ઉપયોગી થઈ શકે? એવો તર્ક તમને ઉઠવાનો અને તેનું સમાધાન સહેલાઈથી સાંપડવાનું નહિ પરંતુ આ વસ્તુ શકય છે અને તે તમે પોતે હમણા જ કબૂલ કરશો.

૦ાા ને ૩ થી ગુણીએ તો ૧ાા થાય કે નહિ? અથવા ૫ ને ૩થી ગુણીએ તો ૧૫ થાય કે નહિ? અહી ૩૯૧૦ ની સંખ્યા અર્ધા દશકનો એટલે કે ૫ નો ગુણાકાર બતાવે છે, તેથી તેને ૩થી ગુણી નાખો તો ૧૫ વડે ગુણવા બરાબર જવાબ આવશે.

૩૯૧૦ × ૩ = ૧૧૭૩૦.

એટલે—

૭૮૨ × ૧૦ = ૭૮૨૦ ÷ ૨ = ૩૯૧૦ × ૩ = ૧૧૭૩૦.

આ પ્રમાણે તેનો જવાબ લાવી શકાય.

૩-સાડા સાત વડે ગુણવાની રીતો

ઘરને છાપરૂં કરવું હોય તો પ્રથમ મોભનું મંડાણ કરવામા આવે છે, પછી તેના પર વળી અને વાસડા જડવામાં આવે છે, તેમાં ખપાટો ભરવામાં આવે છે અને છેવટે નળિયાનું .છાજ કરવામાં આવે છે, એટલે છાપરૂં તૈયાર થઈ જાય છે.

ગુણાકારની બાબતમા પણ કંઈક આવું જ છે. તેમાં ૧૦ની સંખ્યા મોભના સ્થાને છે અને તેના આધારે નાની-મોટી જે રીતો શોધી કાઢવામા આવી છે, તે વળી-વાંસડાની ગરજ સારે છે તેમ જ તેમાં સહાયભૂત થતી સરવાળા, બાદબાકી તથા ભાગાકારની સહેલી રીતો નળિયાનું કામ આપે છે

૧૦ નુ અરધુ કરીએ તો ૫ થાય અને ૧૦ માં તેનું અરધું ઉમેરીએ તો ૧૫ થાય. આ બને સંખ્યાઓ વડે ગુણાકાર કેમ કરવા? તે અમે ગત પ્રકરણોમાં વિસ્તારથી વર્ણવ્યુ છે.

અહીં એટલી સ્પષ્ટતા કરવી ઉચિત છે કે અમુક જમાનામાં અમુક દેશમાં અરધા કરવાની તથા બેવડા કરવાની રીતને બહુ મહત્ત્વ અપાયું હતું. ખાસ કરીને ઇજિપ્તના લોકો તથા રશિયાના ખેડૂતોમાં આ રીત ઘણી પ્રચલિત હતી અને ત્યાના લોકો તેના આધારે ગુણાકાર પણ કરતા હતા.

આપણને ઘડીભર વિચાર થશે કે આ કેવી રીતે બની શકે? પરંતુ ગણિત-ચમત્કારના નવમા પ્રકરણમાં અમે

ગુણાકારની બે અનોખી રીતો આપી છે, તેમાંની બીજી રીત આ પ્રકારની છે. તે જિજ્ઞાસુએ અવશ્ય જોઈ લેવી.

૧૦ – ૨॥ = ૭॥. એટલે કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૦ વડે ગુણીએ અને તેમાંથી તેનો ચોથો ભાગ બાદ કરીએ તો તેનું પરિણામ મૂળ સંખ્યાને ૭॥ વડે ગુણ્યા બરાબર આવે. આ રીતે ૪૪ ને ૭॥ વડે ગુણવા હોય તો આટલું જ કરવાનું કે–

૪૪ × ૧૦ = ૪૪૦ – ૧૧૦ = ૩૩૦.

અને ૫૬ ને ૭॥ વડે ગુણવા હોય તો પણ આટલું જ કરવાનું કે—

૫૬ × ૧૦ = ૫૬૦ – ૧૪૦ = ૪૨૦.

અને ૧૨૫ ને ૭॥ વડે ગુણવા હોય તો પણ આટલાં જ પદ માંડવાનાં કે-

૧૨૫ × ૧૦ = ૧૨૫૦ – ૩૧૨॥ = ૯૩૭॥.

અહીં અરધાની બે પાન માંડવી પડે એટલું જ, પણ અપૂર્ણાંક કરતા આ વસ્તુ સહેલી છે. વળી બાદબાકી પણ અઘરી નથી. ૧૨ માંથી ૩ જાય તો ૯ અને ૫૦ માંથી ૧૨॥ જાય તો ૩૭॥ એ સીધો હિસાબ છે,

રૂપિયા તથા પૈસાને ૭॥ વડે ગુણવા હોય તો પણ આ જ રીત અજમાવવાની. તેનો જવાબ આવી ગયા પછી જમણી બાજુના બે અંક છોડીને વચ્ચે = આવું ચિહ્ન મૂકી દેવાનું, એટલે રૂપિયા ને પૈસા છૂટા પડી જાય. દાખલા તરીકે

હવે આ રીતથી થોડા દાખલા ગણીએ, એટલે તેની વ્યવહારિક ઉપયોગિતા સમજાશે.

(૧) કપડાંની એક પેટીની કિંમત ૧૯૨ રૂપિયા છે, તો ૧૫ પેટીની કિંમત શું ?"

૧૯૨ × ૧૦ = ૧૯૨૦ + ૯૬૦ = ૨૮૮૦ રૂપિયા.

૧૯૨ × ૧૦ = ૧૯૨૦ ÷ ૨ = ૯૬૦ × ૩ = ૨૮૮૦ રૂપિયા.

(૨) સૈનિકોના એક જૂથમાં ૧૦૨૮ સૈનિકો છે, તો ૧૫ જૂથમા કેટલા સૈનિકો હોય ?

૧૦૨૮ × ૧૦ = ૧૦૨૮૦ + ૫૧૪૦ = ૧૫૪૨૦ સૈનિકો.

૧૦૨૮ × ૧૦ = ૧૦૨૮૦ ÷ ૨ = ૫૧૪૦ × ૩ = ૧૫૪૨૦ સૈનિકો.

(૩) એક માણસનું એક અઠવાડિયાનું ભોજનખર્ચ ૧૫ રૂપિયા આવે છે, તો ૭૭૯ માણસોનું ભોજનખર્ચ કેટલું આવે ?

૭૭૯ × ૧૦ = ૭૭૯૦ + ૩૮૯૫ = ૧૧૬૮૫ રૂપિયા

૭૭૯ × ૧૦ = ૭૭૯૦ ÷ ૨ = ૩૮૯૫ × ૩ = ૧૧૬૮૫ રૂપિયા.

પહેલા દાખલામા એક ત્રીજી રીત પણ અજમાવી શકાય એવી છે અને તે મૌખિક ગણના માટે સહેલી છે. પેટીની કિંમત ૧૯૨ રૂપિયા છે, તેમાં ૮ વધારી ૨૦૦ કરવા અને તેને ૧૫ થી ગુણવા એટલે ૩૦૦૦ નો આંક આવશે. તેમાંથી ૮ પેટીના ૧૨૦ રૂપિયા બાદ કરવા, એટલે જવાબ ૨૮૮૦ આવશે.

બીજા દાખલામાં ત્રીજી રીત દોઢાની અજમાવી શકાય. તે પ્રમાણમા ખૂબ જ સહેલી છે. જેમકે–

૧૦	૨૮
× ૧॥	× ૧॥
૧૫	૪૨ × ૧૦ = ૧૫૪૨૦

૧॥ ને ૧૦ વડે ગુણીએ તો તેનું પરિણામ ૧૫ વડે ગુણ્યા બરાબર આવે, માટે છેવટે ૧૦ વડે ગુણ્યા છે.

બીજા દાખલામાં ચોથી રીત પણ અજમાવી શકાય એવી છે, તે આ પ્રમાણે :

૧૦૦૦ × ૧૫ = ૧૫૦૦૦ અને ૨૮ × ૧૫ = ૪૨૦ બંને મળીને ૧૫૪૨૦.

અહીં દોઢનો પ્રસંગ છે, એટલે કહેવાનું મન થાય છે કે દરેક કામની દોઢે તૈયારી રાખવી, પણ દોઢડાહ્યા થવું નહિ. જે તૈયારી ચાલતી હોય તે એક તૈયારી અને તેમાં મદદ કરે તેવી બીજી ગૌણ તૈયારી તે અરધી તૈયારી. આ રીતે દોઢ તૈયારી રાખનાર કદી પાછો પડતો નથી. તે પોતાનું કાર્ય સિદ્ધ કરે છે.

પૂછે તેનો ઉત્તર આપવો, એ ડહાપણ છે, પરંતુ વગર પૂછ્યે કોઈને કંઈ પણ કહેવું કે સલાહ–શિખામણ આપવા મંડી પડવું, એ દોઢ ડહાપણ છે. તેનું પરિણામ સૂઘરીએ વાંદરાને શિખામણ આપી, તેના જેવું જ આવે.

રૂા. ૩૯૨ = ૩૬ પૈસાને ૭ા વડે ગુણવાના છે, તો પગથિયાં આ રીતે મંડાશે :-

૩૯૨૩૬ × ૧૦ = ૩૯૨૩૬૦ − ૯૮૦૯૦ = ૨૯૪૨૭૦ = રૂા. ૨૯૪૨ = ૭૦.

આમાં કંઈજ મુશ્કેલી નથી. માત્ર થોડા અભ્યાસની જરૂર છે, તે અવકાશે જરૂર કરી લેવો જોઈએ.

૨ાા × ૩ = ૭ાા. આ પરથી એ સિદ્ધાંત ફલિત થાય છે કે કોઈ પણ સંખ્યાને ૨ાા વડે ગુણીને ફરી ૩ વડે ગુણીએ તો તેનું પરિણામ મૂળ સંખ્યાને ૭ાા વડે ગુણ્યા બરાબર આવે. પરંતુ આ રીત ગુણ્ય રકમ નાની હોય ત્યાં અજમાવવા જેવી છે. દાખલા તરીકે—

૧૨ ને ૭ાા થી ગુણવા છે, તો ત્યાં આટલું જ કરવાનું કે-

૧૨ × ૨ાા = ૩૦ × ૩ = ૯૦

અથવા ૨૬ ને ૭ાા થી ગુણવાના છે, તો ત્યાં આટલું જ કરવાનું -

૨૬ × ૨ાા = ૬૫ × ૩ = ૧૯૫.

અથવા ૩૮ને ૭ાા થી ગુણવાના છે, તો ત્યાં આટલું જ કરવાનું કે-

૩૮ × ૨ાા = ૯૫ × ૩ = ૨૮૫.

જે લોકો એક સંખ્યાના અરધા અને તેના પણ અરધા કરવાને ટેવાયેલા છે, તેઓ એ બંનેનો સરવાળો કરીને તથા તેને ૧૦ વડે ગુણીને ૭ાા વડે ગુણ્યા જેટલું

પરિણામ લાવી શકે છે. ખાસ કરીને મૌખિક હિસાબો કરવા માટે આ રીત ઘણી સહેલી છે.

દાખલા તરીકે ૨૮ ને ૭॥ થી ગુણવા છે, તો તેઓ આ રીતે ગુણશે:

૨૮ અરધું ૧૪ અને ૧૪ અરધું ૭. ૧૪ અને ૭ = ૨૧. તેના માથે મીંડું એટલે ૨૧૦.

અથવા ૩૫ ને ૭॥ થી ગુણવા છે, તો તે આ રીતે ગુણશે:

૩૫ અરધું ૧૭॥ અને ૧૭॥ અરધું ૮ા॥. ૧૭॥ અને ૮ા॥ = ૨૬ા. તેને ગુણ્યા ૧૦ એટલે ૨૬૨॥.

અમે એક વાર કહ્યું છે અને અહીં ફરી પણ કહીએ છીએ કે જ્યાં જે રીત વધારે અનુકૂળ હોય ત્યાં તે અજમાવવી. તેમાં અમુક જ રીતનો આગ્રહ રાખવો નહિ. વ્યાવહારિક ભાષામાં કહીએ તો ‘ આપણે પાડા–પાડીનું કામ નથી, માત્ર બળી ખાવાનું કામ છે.’

૪–સાડા બાર વડે ગુણવાની રીતો

જો તમે એક સંખ્યાને ૭॥ વડે સહેલાઈથી ગુણી શકો તો ૧૨॥ વડે કેમ ન ગુણી શકો ? બંનેની રીત એક જ છે, તેમાં તફાવત માત્ર ઓછા અને વત્તાનો છે. ૧૦ – ૨॥ = ૭॥ અને ૧૦ + ૨॥ = ૧૨॥.

આ પરથી એમ સમજવાનું કે કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૦ વડે ગુણી, તેમાં તેનો ચોથો ભાગ ઉમેરીએ તો તેનું પરિણામ મૂળ સંખ્યાને ૧૨॥ વડે ગુણ્યા જેટલું જ આવે.

આ રીતમાં જે સરલતા રહેલી છે, તે નીચેના હિસાબો પરથી સમજી શકાશે. તેમાં ચાલુ પદ્ધતિ અને ટૂંકી રીત બંને પ્રમાણે હિસાબો ગણેલા છે :

(૧) ૧૬ ને ૧૨॥ વડે ગુણો.

ચાલુ પદ્ધતિ	ટૂંકી રીત
૧૬	
× ૧૨॥	૧૬ × ૧૦ = ૧૬૦ + ૪૦ = ૨૦૦
૩૨	
૧૬ ×	
૮ (અરધે ગુણતાં)	
૨૦૦	

(૨) ૫૪ ને ૧૨॥ વડે ગુણો.

ચાલુ પદ્ધતિ	ટૂંકી રીત
૫૪	૫૪ × ૧૦ = ૫૪૦ + ૧૩૫ = ૬૭૫
× ૧૨॥	
૧૦૮	
૫૪ ×	
૨૭ (અરધે ગુણતાં)	
૬૭૫	

(૩) ૧૭૨ ને ૧૨॥ વડે ગુણો.

ચાલુ પદ્ધતિ — ટૂંકી રીત

૧૭૨   ૧૭૨ × ૧૦ = ૧૭૨૦ + ૪૩૦ = ૨૧૫૦

×૧૨॥

૩૪૪

૧૭૨×

૮૬ (અરધે ગુણતાં)

૨૧૫૦

હવે કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૨॥ વડે કેમ ગુણવી? તેની બીજી રીત જોઇએ. ૧૨॥ એ ૧૦૦ નો આઠમો ભાગ છે, એટલે એક રકમને ૧૦૦ વડે ગુણી તેને ૮ વડે ભાગીએ તો તેનું પરિણામ મૂળ રકમને ૧૨॥ વડે ગુણ્યા જેટલું જ આવે. આ રીતે ઉપરના ત્રણેય દાખલાઓ ગણીએ, એટલે તેની વિશેષતા ધ્યાનમાં આવશે.

(૧) ૧૬ ને ૧૨॥ વડે ગુણો.

૧૬ × ૧૦૦ = ૧૬૦૦ ÷ ૮ = ૨૦૦

(૨) ૫૪ ને ૧૨॥ વડે ગુણો.

૫૪ × ૧૦૦ = ૫૪૦૦ ÷ ૮ = ૬૭૫

(૩) ૧૭૨ ને ૧૨॥ વડે ગુણો.

૧૭૨ × ૧૦૦ = ૧૭૨૦૦ ÷ ૮ = ૨૧૫૦

આઠથી ભાગી શકાય તેવી રકમોમાં આ રીત ઘણી

સહેલી પડે છે. ત્યાં તો ગુણ્ય રકમને ૮ વડે ભાગી પછી ૧૦૦ વડે ગુણવામાં આવે છે અને એ રીતે તેનું પરિણામ ઝડપથી લાવવામાં આવે છે.

દાખલા તરીકે ૧૬ એ ૮ વડે ભાગી શકાય એવી રકમ છે, તો ત્યાં એટલું જ કરવાનું કે–

૧૬ ÷ ૮ = ૨ × ૧૦૦ = ૨૦૦.

૫૪ કે ૧૭૨ ને ૮ વડે અખંડ ભાગી શકાતા નથી, એટલે ત્યાં આ રીત અજમાવવાની જરૂર નથી. ત્યાં તો ઉપર જણાવી, તે જ રીત અજમાવવી યોગ્ય છે.

૫–નવ વડે ગુણવાની રીતો

૧ થી ૪૦ સુધીની કોઈ પણ સંખ્યાને ૯ વડે ગુણવી હોય તો ગુણાકાર કરવાની જરૂર નથી. તેનો જવાબ આંકની મદદથી તરત મળી જાય છે. જેમ કે–

૭ × ૯ તો સાત નવા ત્રેશઠ	૬૩
૧૨ × ૯ તો બાર નવા અઠલંતરસો	૧૦૮
૧૭ × ૯ તો સત્તર નવા ત્રેપનસો (સો અને ત્રેપન)	૧૫૩
૨૬ × ૯ તો છવીસ નવા બે ચોત્રીશા	૨૩૪
૩૩ × ૯ તો તેત્રીશ નવા બે સતાણુવા	૨૯૭
૩૮ × ૯ તો આડત્રીશ નવા ત્રણ બેંતાલા	૩૪૨

ભારતના લોકોએ દશકપદ્ધતિ શોધી કાઢી અને તેના આધારે આંકોની રચના કરી, તેથી ગુણાકારની પ્રાથમિક ભૂમિકા મજબૂત બની અને વ્યવહારમાં ઘણી સરલતા થઈ.

જે દેશોમાં આંક ન હતા, ત્યાં સામાન્ય ગુણાકારો કરવા માટે પણ તકલીફ પડતી અને જૂદી જૂદી અનેક રીતો અજમાવવામાં આવતી. તાત્પર્ય કે આંક એ આપણી વિશિષ્ટ પ્રજ્ઞાનું પરિણામ છે અને તેથી તેને જાળવી રાખવા જોઈએ.

જો ૪૦ થી ઉપરની રકમને ૯ વડે ગુણવી હોય તો સામાન્ય રીતે ચાલુ પદ્ધતિનો આશ્રય લેવામાં આવે છે. જેમ કે ૯૨ તથા ૩૧૬ ને ૯ વડે ગુણવાના છે, તો–

```
  ૯૨      ૩૧૬
 × ૯      × ૯
-----    -----
 ૮૨૮     ૨૮૪૪
```

પરંતુ આ દાખલાઓ બીજી રીતે પણ ગણી શકાય છે અને એ રીત પ્રમાણમાં વધારે સહેલી છે. ઉપરના બંને દાખલા આ રીતે ગણીએ, એટલે તેનો સ્પષ્ટ ખ્યાલ આવી જશે.

```
  ૯૨૦   મૂળ સંખ્યાના દશગણા
બા–––
   ૯૨   મૂળ સંખ્યા
-----
  ૮૨૮

 ૩૧૬૦   મૂળ સંખ્યાના દશગણા
બા–––
  ૩૧૬   મૂળ સંખ્યા
-----
 ૨૮૪૪
```

ગુણ્ય રકમને દશગણી કરવા માટે માત્ર મીંડુ ચડાવવાનું હોય છે. તેમાં કંઈ તકલીફ નથી કે લાંબો વિચાર

કરવાપણું નથી અને બાદબાકીનું કામ ગુણાકાર કરતાં ઘણું સહેલું છે. ગુણાકારમાં તો દરેક અંકને ૯ વડે ગુણવો પડે છે, તેમાં જે વૃદ્ધિ આવે તેની કાળજીપૂર્વક વ્યવસ્થા કરવી પડે છે અને તો જ સંઘ દ્વારિકા પહોંચે છે. તેમાં કોઈ સ્થળે ચૂક્યા અર્થાત્ ગફલત કરી તો ગુણાકારમાં ગાબડું પડવાનું અને તેને પૂરવા માટે ફરી પાછો આખો ગુણાકાર કરવાનો. ખાસ કરીને મોટા ગુણાકારમાં બહુ સંભાળવું પડે છે, જ્યારે આ રીતમાં બધા આંકડા એના એ હોવાથી ભૂલ થવાનો જરાય સંભવ નથી.

૧૦માંથી ૧ બાદ કરીએ તો ૯ રહે છે, એ પરથી ગણિતજ્ઞોએ એવું નક્કી કર્યું છે કે કોઈ પણ રકમને ૧૦ વડે ગુણીએ અને તેમાંથી તે જ રકમને બાદ કરીએ તો તેનું પરિણામ તેજ રકમને ૯ વડે ગુણ્યા બરાબર આવે. તેથી જ ઉપરના દાખલાઓમાં ૯૨ ના ૯૨૦ અને ૩૧૬ ના ૩૧૬૦ કરવામાં આવ્યા અને તેમાંથી મૂળ રકમો બાદ કરવામાં આવી.

હવે તમે કોઈ પણ સંખ્યાને આ રીતે ૯ વડે ગુણી શકો છો અને શ્રમ તથા સમયનો બચાવ કરી શકો છો. જો તમે ચાલુ પદ્ધતિને છોડી ન શકતા હો તો આ રીતનો ચકાસણી માટે ઉપયોગ કરશો.

૬-અગિયાર વડે ગુણવાની રીત

૯ અને ૧૧ સામસામાં છાબડામાં બેઠેલા છે, એટલે

૯ પછી ૧૧ નું પતાવવું જોઈએ. ૧૦ – ૧ = ૯ અને ૧૦ + ૧ = ૧૧. આમાં કેન્દ્રસ્થાને ૧૦ છે અને તેમાં ૧ ઓછો કે વત્તો કરવાનો છે, જે મૂળ રકમને બાદ કરવાથી કે ઉમેરવાથી થઈ શકે છે. દાખલા તરીકે ૧૮ ને ૧૧ થી ગુણવા હોય તો :—

૧૮ × ૧૦ = ૧૮૦ + ૧૮ = ૧૯૮

આ રીતે તેનો ગુણાકાર થઇ શકે. અને ધારો કે ૫૬ ને ૧૧ થી ગુણવા છે, તો—

૫૬ × ૧૦ = ૫૬૦ + ૫૬ = ૬૧૬

આ રીતે તેનો ગુણાકાર થઈ શકે. કદાચ રકમ મોટી હોય તો પણ ફીકર નહિ. દાખલા તરીકે ૪૭૩ ને ૧૧ થી ગુણવા છે, ત્યાં આટલું જ કરવાનું કે–

૪૭૩ × ૧૦ = ૪૭૩૦ + ૪૭૩ = ૫૨૦૩

શું આ રીત ચાલુ પદ્ધતિ કરતાં વધારે સરલ નથી ?

અગિયારના ગુણાકારમાં બીજી પણ એક રીત અજમાવી શકાય એવી છે અને તે આનાં કરતાં પણ ટૂંકી છે, પરંતુ તે માટે થોડો અભ્યાસ જોઈએ. આ રીતમાં તો સંખ્યા જોઈને જ તેનો જવાબ લખવાનો હોય છે. તેમાં બીજાં કોઈ પગથિયાં માંડવાના હોતાં નથી. તે શી રીતે લખાય છે ? એ અહીં જણાવીશું.

જે રકમને ૧૧ વડે ગુણવી હોય તેનો છેલ્લો આંકડો એનો એ જ રાખવો. પછી એકમ અને દશક, દશક અને

સો, સો અને હજાર એ ક્રમે આંકડાઓનો સરવાળો કરતાં જવું. તેમાં છેલ્લો આંક જવાબમાં લખવાનો અને વૃદ્ધિ આગળના અંકમાં ઉમેરી દેવાની. આ રીત પ્રમાણે ઉપરના ત્રણેય દાખલા અહીં ગણી બતાવ્યા છે.

૧૮ × ૧૧ તો–

૮ નો	૮
૮ + ૧ =	૯
૧ નો	૧

આમાં જે જે આંકડા આવતા જાય તે જમણી બાજુથી શરૂ કરીને ડાબી બાજુ તરફ લખવાના હોય છે, તેથી આ પ્રમાણે લખાશે : ૧ ૯ ૮

૫૬ × ૧૧ તો

૬ નો	૬	
૬ + ૫ = ૧૧ તેનો	૧	૧ વૃદ્ધિમાં
૫ + ૧ =	૬	
	= ૬૧૬	

૪૭૩ × ૧૧ તો

૩ ના	૩	
૩ + ૭ = ૧૦ તેનું	૦	૧ વૃદ્ધિમાં
૭ + ૪ + ૧ = ૧૨ તેના	૨	૧ વૃદ્ધિમાં
૪ + ૧ =	૫	
	= ૫૨૦૩	

આ વસ્તુ સમજાવવા માટે આટલા વિસ્તારથી લખી છે, પણ અભ્યાસ થયા પછી ગમે તેવી મોટી રકમનો જવાબ પણ થોડી સેકન્ડોમાં જ લખી શકાય છે. જેમકે– ૨૩૫૬૮૪૯૨ ને ૧૧ થી ગુણવાના છે, તો–

૨૩૫૬૮૪૯૨ મૂળ રકમ

૨૫૯૨૫૩૪૧૨ ૧૧ નો ગુણાકાર

હવે ચાલુ પદ્ધતિએ આ દાખલો ગણી જુઓ :

```
 ૨૩૫૬૮૪૯૨
      × ૧૧
----------
 ૨૩૫૬૮૪૯૨
૨૩૫૬૮૪૯૨×
----------
૨૫૯૨૫૩૪૧૨
```

આમાં કેટલા બધા આંકડા માંડવા પડ્યા છે? વળી બે વાર ગુણાકાર અને એક વાર સરવાળો કરવાથી આ પરિણામ આવ્યું છે, જ્યારે ઉપરની રીતમાં માત્ર મનથી સરવાળો કરવા સિવાય બીજું કંઈ કરવું પડતું નથી

અમે ગણિત–રહસ્યના નવમા પ્રકરણમાં સમફરક સંખ્યાના સરવાળા અંગે વિસ્તારથી વિવેચન કરેલું છે, તેમાં ૧૧ ના ગુણાકાર અંગે પણ કેટલોક મહત્ત્વપૂર્ણ નિર્દેશ કરેલો છે, તે જિજ્ઞાસુઓએ અવશ્ય જોઈ લેવો.

અવધાનકારો ૧૧ ના ગુણાકારમાં મુખ્યત્વે આ જ રીતનો ઉપયોગ કરે છે.

[૧૨]

ગુણાકારની ટૂંકી અને સહેલી રીતો

[ગુચ્છ બીજું]

૧–પચાશ વડે ગુણવાની રીતો

કોઈ પણ સંખ્યાને ૫૦ વડે ગુણવી હોય તો સામાન્ય રીતે તેને ૫ થી ગુણીને તેના પર શૂન્ય ચડાવીએ છીએ. જેમકે ૧૮ ને ૫૦ વડે ગુણવા છે, તો ૧૮ × ૫ = ૯૦ અને આગળ ૦ એ રીતે ૯૦૦. અથવા ૩૭૨ ને ૫૦ વડે ગુણવા છે, તો ૩૭૨ × ૫ = ૧૮૬૦ અને આગળ ૦ એ રીતે ૧૮૬૦૦. અથવા ૨૬૪૭૫ ને ૫૦ વડે ગુણવા છે, તો ૨૬૪૭૫ × ૫ = ૧૩૨૩૭૫ અને આગળ ૦, એ રીતે ૧૩૨૩૭૫૦.

પરંતુ આના કરતાં ટૂંકી અને સહેલી રીત એ છે કે ગુણ્ય રકમને ૧૦૦ વડે ગુણી ૨ થી ભાગી નાખવી. ૧૦૦ વડે ગુણવામાં તો માત્ર બે શૂન્યો જ ચડાવવાના છે અને ૨ થી ભાગવામાં કંઈ મુશ્કેલી નથી. એક સંખ્યાને ૫ વડે ગુણીએ તેના કરતાં ૨ વડે ભાગવાનું કામ પ્રમાણમાં

ઘણું સહેલું છે. આ રીત પ્રમાણે ઉપરના ત્રણેય દાખલા ગણી જોવાથી વધારે સ્પષ્ટતા થશે.

૧૮ × ૫૦ તો

૧૮ × ૧૦૦ = ૧૮૦૦ ÷ ૨ = ૯૦૦

૩૭૨ × ૫૦ તો

૩૭૨ × ૧૦૦ = ૩૭૨૦૦ ÷ ૨ = ૧૮૬૦૦

૨૬૪૭૫ × ૫૦ તો

૨૬૪૭૫ × ૧૦૦ = ૨૬૪૭૫૦૦ – ૨ = ૧૩૨૩૭૫૦.

જો ગુણ્ય રકમ નાની એટલે કે બે–ત્રણ આંકડાની જ હોય તો એક વિશેષ રીત અજમાવી શકાય. મૂળ રકમને ૨ થી ભાગવી અને તેનું જે પરિણામ આવે તેને ૧૦૦ થી ગુણવા. આ રીતે ૧૮ ને ૫૦ થી ગુણવા હોય તો–

૧૮ ÷ ૨ = ૯ × ૧૦૦ = ૯૦૦

અને ૩૭૨ ને ૫૦ થી ગુણવા હોય તો–

૩૭૨ – ૨ = ૧૮૬ × ૧૦૭ = ૧૮૬૦૦.

૨૬૪૭૫ મા આ રીત નહિ અજમાવીએ, કારણ કે સંખ્યા મોટી છે અને વિષમ પણ છે. આમ છતાં જાણવાની ખાતર એ દાખલો અહીં ગણી બતાવ્યો છે. તે આ પ્રમાણે :

૨૬૪૭૫ ÷ ૨ = ૧૩૨૩૭ાા × ૧૦૦ = ૧૩૨૩૭૫૦

૨–પચ્ચીસ વડે ગુણવાની રીતો

કોઈ પણ સંખ્યાને ૨૫ વડે ગુણવી હોય તો સામાન્ય

રીતે તેનો ચાલુ પદ્ધતિએ ગુણાકાર કરવામાં આવે છે. જેમકે—

```
   ૪૪         ૮૬        ૧૫૩
 × ૨૫       × ૨૫      ×  ૨૫
 -----      -----     -----
  ૨૨૦        ૪૩૦       ૭૬૫
  ૮૮×       ૧૭૨×      ૩૦૬×
 -----      -----     -----
 ૧૧૦૦       ૨૧૫૦      ૩૮૨૫
```

પરંતુ ૨૫ એ ૧૦૦ નો ચોથો ભાગ ($\frac{૧}{૪}$) છે, એટલે ગુણ્ય રકમને ૧૦૦ વડે ગુણી તેને ૪ થી ભાગીએ તો પણ પરિણામ ૨૫ વડે ગુણવા જેટલું જ આવે. કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૦૦ વડે ગુણવામાં જરાય મુશ્કેલી નથી, કારણ કે તેમાં માત્ર બે શૂન્ય જ ચડાવવાનાં હોય છે અને ૪ થી ભાગવાનું કામ પણ પ્રમાણમાં સહેલું છે. આ રીત પ્રમાણે ઉપરના દાખલા ગણવા હોય તો આટલું જ કરવાનું કે—

૪૪ × ૧૦૦ = ૪૪૦૦ ÷ ૪ = ૧૧૦૦

૮૬ × ૧૦૦ = ૮૬૦૦ ÷ ૪ = ૨૧૫૦

૧૫૩ × ૧૦૦ = ૧૫૩૦૦ ÷ ૪ = ૩૮૨૫

જો મૂળ રકમને ૪ થી ભાગીએ અને તેના ભાગફળને ૧૦૦ વડે ગુણીએ, તો પણ મૂળ સંખ્યાને ૨૫ વડે ગુણ્યા જેવું જ પરિણામ આવે.

$\frac{૧}{૪}$ × ૧૦૦ = ૨૫. આ ત્રીજી રીતે ઉપરના ત્રણ દાખલા આ રીતે ગણાય :

૪૪ × ૨૫

૪૪ ÷ ૪ = ૧૧ × ૧૦૦ = ૧૧૦૦

અહીં મૂળ રકમ ૪ થી ભાજ્ય છે, એટલે કામ સાવ સહેલું છે.

૮૬ × ૨૫

૮૬ ÷ ૪ = ૨૧॥ × ૧૦૦ = ૨૧૫૦

કોઈ પણ રકમને ૪ થી ભાગીએ કે તેનું પા કરીએ એ બંને બરાબર છે, એટલે અહીં 'છયાશી પા સાડી એકવીશ' એમ સીધું પદ પણ માંડી શકીએ.

૧૫૩ × ૨૫

૧૫૩ ÷ ૪ = ૩૮। × ૧૦૦ = ૩૮૨૫.

અહીં 'સો પા પચીશ' અને 'ત્રેપન પા સવા તેર' એ રીતે ૩૮। નું પદ સીધું માંડી શકીએ.

૨॥ ને ૧૦ થી ગુણીએ તો ૨૫ આવે, એટલે કોઈ પણ રકમને અઢી ગણી કરીને ૧૦ વડે ગુણીએ તો તેનું પરિણામ મૂળ સંખ્યાને ૨૫ વડે ગુણ્યા બરાબર આવે. નાના હિસાબોમાં આ ચોથી રીત ઉપયોગી છે. ખાસ કરીને જેને અઢિયા આવડતા હોય તે આ રીતનો સરલતાપૂર્વક ઉપયોગ કરી શકે છે. દાખલા તરીકે ૮ ને ૨૫ વડે ગુણવા છે, તો 'આઠ અઢીયું વીશ' અને 'આગળ મીંડું' એમ કરીને ૨૦૦ નો જવાબ તાત્કાલિક લાવી શકાય છે. અથવા ૧૮ ને ૨૫ વડે ગુણવા છે, તો 'અઢાર અઢિયું પીસ્તાલીશ' અને 'આગળ મીંડું' એમ કરીને ૪૫૦ નો જવાબ જલદી લાવી શકાય છે. અથવા ૩૪ ને ૨૫ વડે

ગુણવા છે તો ' ચોત્રીસ અઢિયું પંચાશી ' અને ' આગળ મીંડું ' એમ કરીને ૮૫૦ નો જવાબ પળવારમાં રજૂ કરી શકાય છે

જો રકમ મોટી હોય તો અઢિયાનો સીધો ઉપયોગ થઈ શકતો નથી, પણ મૌખિક હિસાબ ગણનારા વિભાગથી હિસાબ ગણીને તેનો મેળ મેળવી દે છે અને કામ ચલાવે છે. આ રીતે ૧૪૬ ને ૨૫ થી ગુણવા હોય તો 'સો અઢિયે અઢિસો' અને ' ચાલીશ અઢિયે સો ' એ રીતે ૩૫૦ નો આંક લાવી તેમાં ' છ અઢિયે પંદર ' ઉમેરી ૩૬૫ની સંખ્યા લાવવાના. પછીનું કામ તો માત્ર મીંડું ચડાવવાનું છે, એટલે તેમાં કંઈ મુશ્કેલી નથી. તાત્પર્ય કે ૩૬૫ની સંખ્યા આવી કે તેઓ જવાબમાં ૩૬૫૦ રજૂ કરવાના.

આંક મુખપાઠ હોય તો ગુણાકાર કરવામાં કેટલી સરલતા રહે છે, તે આ પરથી સમજી શકાશે.

૩-પંચોતેર વડે ગુણવાની રીતો

૧૦૦ − ૨૫ = ૭૫, એટલે કોઇપણ રકમને ૧૦૦ વડે ગુણી તેમાથી તેનો ચોથો ભાગ ઓછો કરીએ, તો તેનું પરિણામ મૂળ સંખ્યાને ૭૫ વડે ગુણ્યા બરાબર આવે. આ રીતે ૬૪ ને ૭૫ થી ગુણવા હોય તો આ રીતે ગુણી શકાય:

૬૪ × ૧૦૦ = ૬૪૦૦ − ૧૬૦૦ = ૪૮૦૦

અહીં સંખ્યા મોટી કે વિષમ હોય તો પણ ગુણા-

કાર સહેલાઇથી થઈ શકે. જેમ કે ૧૦૩ને ૭૫થી ગુણવા છે, તો–

૧૦૩ × ૧૦૦ = ૧૦૩૦૦ – ૨૫૭૫ = ૭૭૨૫

અને ૨૫૭ને ૭૫ વડે ગુણવા હોય તો–

૨૫૭ × ૧૦૦ = ૨૫૭૦૦ – ૬૪૨૫ = ૧૯૨૭૫

હવે બીજી રીત. ૦॥। ને ૧૦૦થી ગુણીએ તો ૭૫ આવે છે; એટલે કોઈપણ રકમને પોણી કરીને તેને ૧૦૦થી ગુણીએ તો તેનું પરિણામ મૂળ સંખ્યાને ૭૫ વડે ગુણ્યા બરાબર આવે. નાના હિસાબોમાં આ રીત ઉપયોગી છે. ખાસ કરીને જેને પોણા આવડતા હોય, તે આમાં ઝપાટો લગાડી શકે છે.

દાખલા તરીકે ૮ને ૭૫થી ગુણવા છે. તો 'આઠ પોણું છ' અને 'આગળ બે મીંડાં' એ રીતે ૬૦૦નો જવાબ આંખના પલકારામાં રજૂ કરી દેવાના.

અથવા ૧૪ને ૭૫થી ગુણવાના છે, તો "ચૌદ પોણું સાડાદશ, ગુણ્યા સો, બરાબર ૧૦૫૦ "નો જવાબ તરત રજૂ કરવાના.

આ તો મહાવરાની વાત છે. જેને વિશેષ મહાવરો હોય તે મોટી સંખ્યાના ગુણાકારોમાં પણ તેનો સફળતાથી ઉપયોગ કરી શકે છે. દાખલા તરીકે ૨૪૭ને ૭૫થી ગુણવા છે, તો 'બસો પોણું દોઢસો' 'ચાલીશ પોણું ત્રીશ' અને 'સાત પોણું સવા પાંચ' એ રીતે હિસાબ ગણી ૧૮૫૨૫નો

આંક લાવવાના અને તેને ૧૦૦ વડે ગુણી જવાબમાં ૧૮૫૨૫ રજૂ કરવાના.

હવે આ જ દાખલો ચાલુ પદ્ધતિએ કરી જુઓ, એટલે આ રીતની સરલતા સમજાશે.

૪-એકસો પચીસ વડે ગુણવાની રીત

એ તો તમારા ખ્યાલમાં હશે જ કે ૧૨૫ની સંખ્યા એ ૧૦૦૦નો બરાબર આઠમો ભાગ છે, એટલે કોઈ પણ રકમને ૧૦૦૦થી ગુણીને તેને ૮ વડે ભાગીએ તો પરિણામ ૧૨૫થી ગુણ્યા બરાબર આવે. દાખલા તરીકે ૨૬ને ૧૨૫થી ગુણવા છે, તો હિસાબ આ પ્રમાણે મંડાશે :

૨૬ × ૧૦૦૦ = ૨૬૦૦૦ ÷ ૮ = ૩૨૫૦

અથવા ૩૭ને ૧૨૫થી ગુણવાના છે, તો હિસાબ આ પ્રમાણે મંડાશે :

૩૭ × ૧૦૦૦ = ૩૭૦૦૦ ÷ ૮ = ૪૬૨૫

જો સવાના ગડિયા મુખપાઠ હોય તો તેનો ઉપયોગ કરીને પણ અહીં ખૂબ ઝડપથી જવાબ લાવી શકાય છે. તે માટે ઉપરના બે દાખલાઓ જોઈએ. 'છવીશ સવાયું સાડી બત્રીશ' એટલે અહીં ૩૨૫૦ મૂકવાના. 'સાડત્રીશ સવાયું સવા છેંતાલીશ' એટલે અહીં ૪૬૨૫ મૂકવાના.

૧૨૫ની સંખ્યા ૧૦૦ + ૨૫થી બને છે, એટલે કોઈ રકમને ૧૦૦ વડે ગુણી તેમાં તેનો ચોથો ભાગ ઉમેરીએ તો

પરિણામ ૧૨૫થી ગુણવા જેવું જ આવે. આ રીતે ૨૬ને ૧૨૫થી ગુણવા માટે નીચેની રીત અજમાવી શકાય:

૨૬ × ૧૦૦ = ૨૬૦૦ + ૬૫૦ = ૩૨૫૦

અને ૩૭ ને ૧૨૫ થી ગુણવા માટે આ પગથિયાં માંડવા પડે:

૩૭ × ૧૦૦ = ૩૭૦૦ + ૯૨૫ = ૪૬૨૫

થોડા જ અભ્યાસથી આ રીતની ફાવટ આવી જાય એમ છે.

૫–એક સો ને સાડાબાર વડે ગુણવાની રીત

કોઈ પણ રકમને ૧૧૨॥ વડે ગુણવાનું કામ ધારવા જેટલું અઘરું નથી. ત્યાં મૂળ રકમને ૧૦૦ વડે ગુણી તેનો આઠમો ભાગ તેની અંદર ઉમેરવાનો, એટલે પરિણામ મૂળ સંખ્યાને ૧૧૨॥ વડે ગુણવા જેટલું જ આવી જવાનું. ૧૦૦ + ૧૨॥ = ૧૧૨॥.

દાખલા તરીકે ૪૬ને ૧૧૨॥થી ગુણવાના છે, તો ત્યાં ૪૬ × ૧૦૦ = ૪૬૦૦ + ૫૭૫=૫૧૭૫ એમ ગણના કરવાની. અથવા ૮૨ને ૧૧૨॥થી ગુણવાના છે, તો ત્યાં ૮૨ × ૧૦૦ ૮૨૦૦ + ૧૦૨૫ = ૯૨૨૫ એમ પદો માંડવાનાં.

ધારો કે ૧૭૪ને ૧૧૨॥ થી ગુણવાના છે, તો ત્યાં પણ આ રીત એટલું જ કામ આપવાની. જેમકે–

૧૭૪ × ૧૦૦ =	૧૭૪૦૦
ગુણાકારનો આઠમો ભાગ +	૨૧૭૫
	૧૯૫૭૫

ચાલુ પદ્ધતિએ આ ગુણાકાર કરવો હોય તો નીચે પ્રમાણે સાત પગથિયાં માંડવા પડે :

```
      ૧૭૪
    ×૧૧૨ા
    ─────
      ૩૪૮
     ૧૭૪×
    ૧૭૪×
       ૮૭ (અર્ધાનો ગુણાકાર)
   ──────
   ૧૯૫૭૫
```

આ પરથી આ રીતની સરલતા સમજી શકાશે.

૬–પીસ્તાલીશ વડે ગુણવાની રીત

કોઈ પણ સંખ્યાને ૫, ૯, ૧૧, ૧૫ આદિ ગુણકથી ટૂંકી અને સહેલી રીતે ગુણી શકાય છે, તેમ ૪૫ વડે પણ ટૂંકી અને સહેલી રીતે ગુણી શકાય છે. કદાચ આ વસ્તુ તમારા માન્યામાં નહિ આવે, પણ થોડી જ વારમા તમારે એ કબૂલ કરવું પડશે

૫૦ − ૫ = ૪૫ આ પરથી કોઈ સંખ્યાને ૫૦ વડે ગુણીએ અને તેમાંથી તેનો દશમો ભાગ અર્થાત્ ૫ નો ગુણાકાર બાદ કરીએ, તો તેનું પરિણામ ૪૫ થી ગુણ્યા બરાબર જ આવે.

એક રકમને ૫૦થી ગુણવી સહેલી છે અને તેનો દશમો ભાગ પાડવામાં ખાસ મુશ્કેલી નથી, એટલે આ

રીતથી ટૂંકમાં ઝડપી પરિણામ લાવી શકાય છે. દાખલા તરીકે ૧૮ને ૪૫થી ગુણવાના હોય તો માત્ર આટલું જ કરવાનું કે ૧૮ × ૫૦ = ૯૦૦ – ૯૦ = ૮૧૦. અથવા ૪૬ને ૪૫થી ગુણવા હોય તો માત્ર આટલું જ કરવાનું કે ૪૬ × ૫૦ = ૨૩૦૦ – ૨૩૦ = ૨૦૭૦. શું આ રીત ચાલુ પદ્ધતિ કરતાં ટૂંકી અને ઝડપી નથી ?

સંખ્યા મોટી હોય તો પણ આ રીત અજમાવી શકાય છે. દાખલા તરીકે ૨૧૮ને ૪૫થી ગુણવા છે, તો—

૨૧૮ × ૫૦ = ૧૦૯૦૦ – ૧૦૯૦ = ૯૮૧૦.

અહીં વધારે આંકડા જોઈને ગભરાવાનુ નથી. ૨૦૦ને ૫૦થી ગુણીએ તો ૧૦૦૦૦ આવે અને ૧૮ ને ૫૦ થી ગુણીએ તો ૯૦૦ આવે. એ રીતે ૧૦૯૦૦નો આંક આવે. તેનો દશમો ભાગ કરવામાં તો છેલ્લું શૂન્ય જ ઉડાવી દેવાનું છે આ રીતે ૧૦૯૦૦ અને ૧૦૯૦ એ બે સંખ્યાઓ પ્રાપ્ત થયા પછી તેની બાદબાકી કરવાની રહે છે, તે પણ ઘણી સરલતાથી કરી શકાય એવી છે ૧૦૦૦૦માંથી ૧૦૦૦ ગયા એટલે ૯૦૦૦ રહ્યા અને ૯૦૦માંથી ૯૦ ગયા, એટલે ૮૧૦ રહ્યા. આ રીતે ૯૮૧૦ રહ્યા, એ તેનો જવાબ છે.

હજી એક મોટો અને વિષમ સંખ્યાવાળો દાખલો ગણીએ. એટલે તમને આ રીતની અસરકારકતા બરાબર ધ્યાનમાં આવશે. માનો કે ૧૦૬૭ને ૪૫થી ગુણવાના છે, તો અહીં ૧૦૬૭ × ૫૦ = ૫૩૩૫૦ – ૫૩૩૫ = ૪૮૦૧૫ એટલા જ આંક માંડવાના.

અહીં ૧૦૬૭ને ૫૦થી ગુણવામાં તમને કંઈ વિચાર કે ક્ષોભ થતો હોય તો એક સાદી રીત ધ્યાનમાં રાખી લો. ૧૦૦૦ને ૫૦ થી ગુણીએ તો ૫૦૦૦૦ થાય, ૬૦ને ૫૦થી ગુણીએ તો ૩૦૦૦ થાય અને ૭ને ૫૦થી ગુણીએ તો ૩૫૦ થાય. આ રીતે ૫૩૩૫૦નો આંક આવી જાય.

૫૩૩૫૦માંથી ૫૩૩૫ મૌખિક બાદ કરવામાં પણ કેટલાક મુશ્કેલી અનુભવશે, પરંતુ થોડો જ વિચાર કરવાથી એ મુશ્કેલીનું નિવારણ થઈ જાય એવું છે. ૫૩૦૦૦માંથી ૫૦૦૦ ગયા તો ૪૮૦૦૦ અને ૩૫૦માંથી ૩૩૫ ગયા તો ૧૫ આ રીતે ૪૮૦૧૫ની સંખ્યા સહેલાઈથી પ્રાપ્ત થશે, તેને તમે જવાબ તરીકે રજૂ કરી શકો છો

આગળ અગિયારમી કલસમાં ૪૫ વડે ગુણવાની બીજી રીત આવે છે, તે પણ ધ્યાનમાં રાખવાની છે

૭-પંચાવન વડે ગુણવાની રીત

હવે ૪૫ના ગુણાકારને મળતી જ પણ ઓછાને બદલે વત્તાવાળી એક રીત જોઈએ એ રીત છે પંચાવન વડે ગુણવાની.

૫૦ + ૫ = ૫૫, એટલે કોઈ પણ રકમને ૫૦ વડે ગુણીએ અને ગુણાકારનો દશમો ભાગ તેમાં ઉમેરીએ તો તે સંખ્યાને ૫૫થી ગુણ્યા બરાબર પરિણામ આવે. આ રીતે ૩૨ને ૫૫ થી ગુણવા હોય તો ૩૨ × ૫૦ = ૧૬૦૦ + ૧૬૦ =

૧૭૬૦ જવાબ આવશે. અથવા ૧૦૭ને ૫૫થી ગુણવા હોય તો ૧૦૭ × ૫૦ = ૫૩૫૦ + ૫૩૫ = ૫૮૮૫ જવાબ આવશે.

વધારે મોટી રકમોને પણ આ જ રીતે ગુણી શકાય છે, જેમકે ૨૩૪૬૫ × ૫૫ તો

૨૩૪૬૫ × ૫૦ = ૧૧૭૩૨૫૦
+ ૧૧૭૩૨૫
―――――――
૧૨૯૦૫૭૫

આ દાખલો ચાલુ પદ્ધતિએ ગણી જુઓ, એટલે બંને રીત વચ્ચેનો તફાવત સમજાશે.

૨૩૪૬૫
× ૫૫
――――
૧૧૭૩૨૫
૧૧૭૩૨૫ ×
――――――
૧૨૯૦૫૭૫

આમાં આંકડાની પાંચ હારો માંડવી પડી છે, ત્યારે ઉપરની રીતમાં ત્રણ હારોથી જ કામ પત્યું છે.

૮–પાંત્રીશ વડે ગુણવાની રીત

૨૫ + ૧૦ = ૩૫ બને છે. આ વસ્તુ ધ્યાનમાં રાખીને કોઈપણ સંખ્યાને ૩૫ વડે ગુણવાની ટૂંકી રીત શોધી કાઢવામાં આવી છે. તેમાં ત્રણ પગથિયાં માડવાનાં હોય છે. મૂળ રકમને ૨૫થી ગુણતાં જે સંખ્યા આવે, તે પ્રથમ પગથિયે માંડવી. તે રકમને ૧૦થી ગુણતાં જે સંખ્યા આવે,

તે બીજા પગથિયે માંડવી અને તે બંનેનો સરવાળો કરતાં જે રકમ આવે, તે ત્રીજા પગથિયે માંડવી. આ સરવાળો એ જ તેનો જવાબ છે.

દાખલા તરીકે ૪૮ને ૩૫થી ગુણવાના છે, તો તેનાં પગથિયાં આ રીતે મંડાશે :

૪૮ × ૨૫ = ૧૨૦૦
૪૮ × ૧૦ = ૪૮૦
= ૧૬૮૦

પરંતુ આટલો વિસ્તાર સમજવા માટે કર્યો છે. મૌખિક ગણતરીમાં તો માત્ર આટલું જ કરવામાં આવે છે કે ૪૮ × ૨૫ = ૧૨૦૦ + ૪૮૦ = ૧૬૮૦.

૨૫ એ ૧૦૦નો ચોથો ભાગ છે, એટલે 'અડતાલીશ પા બાર' એ રીતે ૧૨૦૦ની સંખ્યા લાવી શકાય છે અને દશથી ગુણવામાં તો કંઈ મુશ્કેલી છે જ નહિ. મૂળ રકમ પર માત્ર શૂન્ય ચડાવવાનું છે. આ રીતે ૧૨૦૦ અને ૪૮૦ની સંખ્યા પ્રાપ્ત થયા પછી તેનો સરવાળો ૧૬૮૦ આંખના પલકારામાં થઈ જાય છે.

જો ૮૨ને ૩૫થી ગુણવા હોય તો ત્યાં આટલું જ કરવાની જરૂર છે કે ૮૨ × ૨૫ = ૨૦૫૦ + ૮૨૦ = ૨૮૭૦. જો આંક યાદ હોય તો અહીં 'બ્યાસી પા સાડીવીશ' એ રીતે ૨૦૫૦નો આંક માંડી શકાશે, અન્યથા ૮૨ના ૮૨૦૦ બનાવી તેને ચાર વડે ભાગતાં આ રકમ લાવી શકાશે.

આ રીતે અહીં કેટલાક દાખલાઓ ગણી બતાવ્યા છે, તેનું બરાબર નિરીક્ષણ કરો :

૨૭૩ × ૩૫	૨૭૩ × ૨૫ = ૬૮૨૫
	૨૭૩ × ૧૦ = ૨૭૩૦
	૯૫૫૫
૩૨૯ × ૩૫	૩૨૯ × ૨૫ = ૮૨૨૫
	૩૨૯ × ૧૦ = ૩૨૯૦
	૧૧૫૧૫
૪૦૩૬ × ૩૫	૪૦૩૬ × ૨૫ = ૧૦૦૯૦૦
	૪૦૩૬ × ૧૦ = ૪૦૩૬૦
	૧૪૧૨૬૦
૫૨૯૦ × ૩૫	૫૨૯૦ × ૨૫ = ૧૩૨૨૫૦
	૫૨૯૦ × ૧૦ = ૫૨૯૦૦
	૧૮૫૧૫૦
૬૨૯૩૨ × ૩૫	૬૨૯૩૨ × ૨૫ = ૧૫૭૩૩૦૦
	૬૨૯૩૨ × ૧૦ = ૬૨૯૩૨૦
	૨૨૦૨૬૨૦

ચાલુ પદ્ધતિ કરતાં આમાં કેટલી સરળતા છે, તે પ્રથમ દૃષ્ટિએ જ સમજાય એવું છે.

૯–નવાણું આદિ વડે ગુણવાની રીત

૧૦૦ – ૧ = ૯૯, એટલે કોઈપણ સંખ્યાને ૧૦૦ વડે ગુણી તેમાંથી મૂળ રકમ બાદ કરીએ તો તેનું પરિણામ તે

સંખ્યાને ૯૯ વડે ગુણ્યા બરાબર આવે. આ રીતે ૧૪૭ને ૯૯થી ગુણવા હોય તો ૧૪૭ × ૧૦૦ = ૧૪૭૦૦ − ૧૪૭ એવો હિસાબ માંડવો જોઈએ. તેનું પરિણામ આવશે ૧૪૫૫૩. આ જ રીતે ૨૫૬ને ૯૯થી ગુણવા હોય તો ૨૫૬ × ૧૦૦ = ૨૫૬૦૦ − ૨૫૬ = ૨૫૩૪૪ જવાબ આવશે. જો આ બંને ગુણાકારો ચાલુ પદ્ધતિએ કરવા હોય, તો નીચે મુજબ થશે :

```
   ૧૪૭          ૨૫૬
 × ૯૯          × ૯૯
------        ------
  ૧૩૨૩         ૨૩૦૪
 ૧૩૨૩ ×       ૨૩૦૪ ×
------        ------
 ૧૪૫૫૩        ૨૫૩૪૪
```

શું આ પદ્ધતિ કરતાં ઉપરની રીત વધારે ટૂંકી અને વધારે સહેલી નથી ?

જે સિદ્ધાંતનો ૯૯ ના ગુણાકારમાં ઉપયોગ કર્યો છે, તે જ સિદ્ધાંતનો ઉપયોગ ૯૮ તથા ૯૭ ના ગુણાકારમા કરવાનો. તેમા માત્ર આંકનો ફેર રાખવો, એટલું જ.

૧૦૦ − ૨ = ૯૮, એટલે કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૦૦ વડે ગુણી તેમાંથી મૂળ રકમના બમણા બાદ કરીએ તો તેનું પરિણામ મૂળ રકમને ૯૮ વડે ગુણ્યા બરાબર આવે. આ રીતે ૩૬ ને ૯૮ થી ગુણવા હોય તો ૩૬ × ૧૦૦ =

૩૬૦૦ – ૭૨ (મૂળ રકમના બમણા) = ૩૫૨૮ જવાબ આવે. અથવા ૩૪૬ ને ૯૮ થી ગુણવા હોય તો ૩૪૬ × ૧૦૦ = ૩૪૬૦૦ – ૬૯૨ (મૂળ રકમના બમણા) = ૩૩૯૦૮ જવાબ પ્રાપ્ત થાય.

૧૦૦ – ૩ = ૯૭ એટલે કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૦૦ વડે ગુણી તેમાંથી મૂળ રકમના ત્રણ ગણા બાદ કરીએ તો તેનું પરિણામ મૂળ રકમને ૯૭ વડે ગુણ્યા બરાબર આવે. આ રીતે ૨૩ ને ૯૭ થી ગુણવા હોય તો ૨૩ × ૧૦૦ = ૨૩૦૦ – ૬૯ (મૂળ રકમના ત્રણ ગણા) = ૨૨૩૧ જવાબ આવે અથવા ૭૬ ને ૯૭ થી ગુણવા હોય તો ૭૬ × ૧૦૦ = ૭૬૦૦ – ૨૨૮ (મૂળ રકમના ત્રણ ગણા) = ૭૩૭૨ જવાબ આવે.

૧૦–એક સો એક આદિ વડે ગુણવાની રીત

૧૦૦ ને કેન્દ્રમાં રાખીને ૯૯, ૯૮ તથા ૯૭ ના ગુણાકાર કર્યા, તેમ ૧૦૦ ને કેન્દ્રસાં રાખીને ૧૦૧, ૧૦૨ તથા ૧૦૩ ના ગુણાકાર થઈ શકે છે. તેમાં તફાવત માત્ર ઓછા અને વત્તાનો છે. જેમકે—

૧૦૦ – ૧ = ૯૯ ૧૦૦ + ૧ = ૧૦૧

૧૦૦ – ૨ = ૯૮ ૧૦૦ + ૨ = ૧૦૨

૧૦૦ – ૩ = ૯૭ ૧૦૦ + ૩ = ૧૦૩

એટલે મૂળ રકમને ૧૦૦ વડે ગુણ્યા પછી જેવી જરૂર હોય તે પ્રમાણે મૂળ રકમ, અથવા તેનાથી બમણા

અથવા તેનાથી ત્રણ ગણા ઉમેરી લેવા. આ રીતે ૫૮ ને ૧૦૧ થી ગુણવાના હોય તો ૫૮ × ૧૦૦ = ૫૮૦૦ + ૫૮ = ૫૮૫૮ એમ જવાબ લાવવાનો; અથવા ૭૬ ને ૧૦૨ થી ગુણવાના હોય તો ૭૬ × ૧૦૦ = ૭૬૦૦ + ૧૫૨ = ૭૭૫૨ એમ જવાબ લાવવાનો. અને ૪૪ ને ૧૦૩ થી ગુણવા હોય તો ૪૪ × ૧૦૦ = ૪૪૦૦ + ૧૩૨ = ૪૫૩૨ એમ જવાબ લાવવાનો.

વિશેષમાં ૧૦૦૦ ને કેન્દ્રમાં રાખીને ૯૯૯, ૯૯૮, ૯૯૭, ૧૦૦૧, ૧૦૦૨ તથા ૧૦૦૩ ના ગુણાકારો પણ આ જ રીતે કરી શકાય દાખલા તરીકે ૨૩ ને ૯૯૭ થી ગુણવા હોય તો ૨૩ × ૧૦૦૦ – ૨૩૦૦૦ – ૬૯ = ૨૨૯૩૧ આ પ્રમાણે જવાબ લાવી શકાય; અને તે જ રકમને ૧૦૩ થી ગુણવી હોય તો ૨૩ × ૧૦૦૦ = ૨૩૦૦૦ + ૬૯ = ૨૩૦૬૯ આ પ્રમાણે જવાબ લાવી શકાય.

૧૧–અઢાર, સત્તાવીશ, છત્રીશ આદિ વડે ગુણવાની રીત

નવ વડે ગુણવાની રીત અગિયારમા પ્રકરણમા આપેલી છે. હવે તેના સંબંધવાળી ૧૮, ૨૭, ૩૬ આદિ રકમો વડે ગુણાકાર કરવો હોય તો ટૂંકી અને સહેલી રીતે થઈ શકે છે. તે માટે અહી નવના સંબંધવાળી નીચેની રકમો લઈશું:

૯ × ૨ = ૧૮

૯ × ૩ = ૨૭

૯ × ૪ = ૩૬

૯ × ૫ = ૪૫

૯ × ૬ = ૫૪

૯ × ૭ = ૬૩

૯ × ૮ = ૭૨

૯ × ૯ = ૮૧

આ રકમોમાં જે વિશેષતા છે, તે જાણી લેવાથી આપણું કામ સરલ બની જશે.

૧૮ એટલે ૨૦ – ૨

૨૭ એટલે ૩૦ – ૩

૩૬ એટલે ૪૦ – ૪

૪૫ એટલે ૫૦ – ૫

૫૪ એટલે ૬૦ – ૬

૬૩ એટલે ૭૦ – ૭

૭૨ એટલે ૮૦ – ૮

૮૧ એટલે ૯૦ – ૯

આ રકમોની રચના જોતાં એવો નિયમ બાંધી શકાય કે કોઈ પણ સંખ્યાને ૨૦ થી ગુણી તેમાંથી તેનો દશમો ભાગ બાદ કરીએ તો એનુ પરિણામ મૂળ સંખ્યાને ૧૮ થી ગુણ્યા બરાબર આવે અને ૩૦ થી ગુણી તેમાંથી તેનો દશમો ભાગ બાદ કરીએ તો તેનું પરિણામ મૂળ સંખ્યાને ૨૭ થી ગુણ્યા બરાબર આવે. આ રીતે કોઇ પણ સંખ્યાને ૪૦, ૫૦, ૬૦, ૭૦, ૮૦ કે ૯૦ વડે ગુણીને તેમાંથી

તેનો દશમો ભાગ બાદ કરવામાં આવે તો તેનું પરિણામ મૂળ સંખ્યાને અનુક્રમે ૩૬, ૪૫, ૫૪, ૬૩, ૭૨ અને ૮૧ થી ગુણ્યા બરાબર આવે.

દાખલા તરીકે—

(૧) ૨૪ × ૧૮ તો   ૨૪ × ૨૦ = ૪૮૦

દશમો ભાગ ૪૮

૪૩૨

(૨) ૩૫ × ૨૭ તો   ૩૫ × ૩૦ = ૧૦૫૦

દશમો ભાગ ૧૦૫

૯૪૫

(૩) ૫૨ × ૩૬   ૫૨ × ૪૦ = ૨૦૮૦

દશમો ભાગ ૨૦૮

૧૮૭૨

(૪) ૨૧ × ૪૫ તો   ૨૧ × ૫૦ = ૧૦૫૦

દશમો ભાગ ૧૦૫

૯૪૫

(૫) ૪૨ × ૫૪ તો   ૪૨ × ૬૦ = ૨૫૨૦

દશમો ભાગ ૨૫૨

૨૨૬૮

(૬) ૩૯ × ૬૩ તો   ૩૯ × ૭૦ = ૨૭૩૦
દશમો ભાગ − ૨૭૩
૨૪૫૭

(૭) ૧૭ × ૭૨ તો   ૧૭ × ૮૦ = ૧૩૬૦
દશમો ભાગ − ૧૩૬
૧૨૨૪

(૮) ૪૯ × ૮૧ તો   ૪૯ × ૯૦ = ૪૪૧૦
દશમો ભાગ − ૪૪૧
૩૯૬૯

હવે આ જ રીતે ૧૫૨ ને ૩૬ થી ગુણવા હોય તો ગણતરી આ રીતે કરવાની.

૧૫૨ × ૪૦ = ૬૦૮૦
દશમો ભાગ − ૬૦૮
૫૪૭૨

અથવા ૪૭૫ ને ૮૧ થી ગુણવા છે, તો,

૪૭૫ × ૯૦ = ૪૨૭૫૦
દશમો ભાગ − ૪૨૭૫
૩૮૪૭૫

આ રીતે ૯ ના સંબંધવાળી સંખ્યા વડે કોઈ પણ રકમને ગુણવી હોય તો ટૂંકી અને સહેલી રીતે ગુણી શકાય છે, પરંતુ તે માટે અભ્યાસની ખાસ જરૂર છે.

[૧૩]

ગુણાકારની ટૂંકી અને સહેલી રીતો

[ગુચ્છ ત્રીજું]

૧–છેડે અરધાવાળી સંખ્યાઓને ગુણવાની રીત

એ તો સિદ્ધ હકીકત છે કે કોઈ પણ સંખ્યાને પૂર્ણાંકથી ગુણવી હોય તો સરલતાથી ગુણી શકાય છે અને તેના છેડે અરધા એટલે $\frac{1}{2}$ નું વળગણ હોય, ત્યારે મુશ્કેલી પડે છે. દાખલા તરીકે ૩૪ ને ૪ થી ગુણવાનું કામ જેટલું સરલ છે, તેટલું ૪$\frac{1}{2}$ વડે ગુણવાનુ સરલ નથી. ત્યાં ૪ નો ગુણાકાર કર્યા પછી મૂળ સંખ્યાને $\frac{1}{2}$ વડે ગુણવી પડે છે અને તેનું જે પરિણામ આવે તે ૪ ના ગુણાકારમાં ઉમેરવું પડે છે ત્યારે જ ૩૪ × ૪$\frac{1}{2}$ નો જવાબ તૈયાર થાય છે.

આવા પ્રસંગે એક સહેલી રીત અજમાવી શકાય છે. જો કે આ રીત ભરવાડી હિસાબ જેવી છે, એટલે કે એક બાજુની સંખ્યાને અરધી કરવી અને બીજી બાજુની સંખ્યાને બમણી કરવી. વધારે સ્પષ્ટ કહીએ તો ગુણ્ય રકમને બમણી

કરવી ગુણ્ય રકમ બમણી થતાં તેની છેડેનું $\frac{1}{2}$ નું વળગણ ઉડી જાય છે. આ રીતે ૩૪ × ૪$\frac{1}{2}$નો હિસાબ આ પ્રમાણે થાય :

૩૪ × ૪$\frac{1}{2}$

૧૭ × ૯ = ૧૫૩

૩૪ નીચે જે આંક મૂક્યો છે, તે અરધો કરેલો છે અને ૪$\frac{1}{2}$ ની નીચે જે આંક મૂક્યો છે, તે બમણો કરેલો છે.

બીજા થોડા દાખલા આ રીતે ગણીએ, એટલે આ રીતની સરલતા વધારે સ્ફુટ થશે.

૨૪ × ૨$\frac{1}{2}$

૧૨ × ૫ = ૬૦

૬૨ × ૩$\frac{1}{2}$

૩૧ × ૭ = ૨૧૭

૭૬ × ૫$\frac{1}{2}$

૩૮ × ૧૧ = ૪૧૮

૯૮ × ૬$\frac{1}{2}$

૪૯ × ૧૩ = ૬૩૭

આ રીતમાં ખરેખર સરલતા રહેલી છે, પણ એક વાતનું ધ્યાન રાખવાનું છે કે જો ગુણ્ય રકમ એકી હોય તો આ રીત અજમાવવાથી ખાસ ફાયદો નથી, કારણ કે ગુણ્ય રકમના અરધા કરતાં તેના છેડે $\frac{1}{2}$ નું વળગણ આવવાનું અને 'રળિયા ગઢવી ક્યાં ગયા 'તા તો કે ઠેરના

ઠેર' જેવો ઘાટ થવાનો. દાખલા તરીકે ૧૧૭ ને ૪$\frac{૧}{૨}$ થી ગુણવા છે, તો આ રીત પ્રમાણે નીચે પ્રમાણે પદો માંડવા પડશે :

$$\frac{૧૧૭}{૫૮\frac{૧}{૨}} \times \frac{૪\frac{૧}{૨}}{૯}$$

અહીં ૧૧૭ ને ૪$\frac{૧}{૨}$ થી ગુણવામાં જે કઠિનાઈ રહેલી છે, તે ૫૮$\frac{૧}{૨}$ ને ૯ વડે ગુણવામાં રહેલી છે, એટલે કે તેનો ઉકેલ થતો નથી, તેથી ગુણ્ય રકમ બેકી હોય ત્યાં જ આ રીત અજમાવવી યોગ્ય છે.

૨–અવયવો વડે ગુણવાની રીત

ધારો કે તમારે કોઈ સંખ્યાને ૨૪, ૩૨, ૫૬, ૬૪ કે ૧૨૧ વડે ઝડપથી ગુણવી છે, તો શું પ્રથમ એક આંકડાથી અને પછી બીજા આંકડાથી ગુણી તેનો સરવાળો કરશો ? એ રીત ટૂંકી નથી, એટલે કે તેનાથી તમે ઝડપી ગુણાકાર કરી શકશો નહિ. જો તેને અવયવો વડે ગુણો તો જ તેમાં ઝડપ આવી શકશે.

અવયવનો સામાન્ય અર્થ અંગ છે, પરંતુ અહીં સંખ્યાના જે ભાગોને ગુણતાં પરિણામ મૂળ સંખ્યા જેટલું આવે, તેને અવયવ સમજવાના છે. આ વ્યાખ્યા અનુસાર તમે ૨૪ ના ૮ અને ૩ એવા બે અવયવો પાડી શકો, કારણ કે ૮ × ૩ = ૨૪ છે. અથવા તેના ૬ અને ૪ એવા બે અવયવો પાડી શકો, કારણ કે ૬ × ૪ = ૨૪ છે. અથવા

તેના ૧૨ અને ૨ એવા બે અવયવો પાડી શકો, કારણ કે ૧૨ × ૨ = ૨૪ છે. પરંતુ અહીં એટલું સ્પષ્ટ કરી દઈએ કે અવયવો બને ત્યાં સુધી એક આકડાના હોય તો સારું. તેનાથી ગુણાકારમાં સરલતા રહે છે. બે આંકડાના અવયવમાં તેવી સરલતા રહેતી નથી, એટલે તે પસંદ કરવા યોગ્ય નથી. એના કરતાં ત્યાં ૪ × ૩ × ૨ એમ ત્રણ અવયવો પાડીએ તે ઇચ્છવા યોગ્ય છે.

ધારો કે અહીં ૮૨૭ ને ૨૪ થી ગુણવા છે, તો ચાલુ પદ્ધતિએ તેનો ગુણાકાર નીચે મુજબ થશે ·

```
  ૮૨૭
 × ૨૪
------
 ૩૩૦૮
૧૬૫૪ ×
------
૧૯૮૪૮
```

હવે આજ રકમને અવયવથી ગુણીએ :

(૧)	(૨)	(૩)	(૪)
૮૨૭	૮૨૭	૮૨૭	૮૨૭
× ૮	× ૬	× ૧૨	× ૪
૬૬૧૬	૪૯૬૨	૧૬૫૪	૩૩૦૮
× ૩	× ૪	૮૨૭ ×	× ૩
૧૯૮૪૮	૧૯૮૪૮	૯૯૨૪	૯૯૨૪
		× ૨	× ૨
		૧૯૮૪૮	૧૯૮૪૮

ચાલુ પદ્ધતિના ગુણાકારમાં બે વાર ગુણાકાર કરીને સરવાળો કરવો પડે છે. ત્યારે આ પદ્ધતિમાં માત્ર બે વાર જ ગુણાકાર કરવો પડે છે. પરંતુ ૧૨ × ૨ ના અવયવમાં તેમ બનતું નથી, એટલે તે પસંદ કરવા યોગ્ય નથી. ૪ × ૩ × ૨ ના અવયવોમાં ગુણાકાર ત્રણ વાર કરવો પડે છે, પણ તેમાં ખૂબ જ સરલતા છે, એટલે ઝડપ આવી શકે છે.

૩૨ ના સહુથી વધારે અનુકૂળ અવયવો ૮ અને ૪ છે ૮ × ૪ = ૩૨. ૫૬ ના ૮ અને ૭ : ૮ × ૭ = ૫૬. ૬૪ ના ૮ અને ૮ : ૮ × ૮ = ૬૪. અને ૧૨૧ ના ૧૧ અને ૧૧ : ૧૧ × ૧૧ = ૧૨૧. એટલે ૩૨ વડે ગુણાકાર કરવો હોય તો ત્યાં તેના અવયવો ૮ અને ૪ વાપરી શકો. ૫૬ વડે ગુણાકાર કરવો હોય તો ત્યાં તેના અવયવો ૮ અને ૭ વાપરી શકો. અન્ય સંખ્યાઓમાં પણ આ પ્રમાણે જ સમજી લેવું. થોડા દાખલા આ રીતે ગણી જુઓ, એટલે તેમા બરાબર ફાવટ આવી જશે.

૩–વિશિષ્ટ અંકરચનાવાળી સંખ્યાઓને ગુણવાની રીત

૨૪, ૩૬, ૪૮ વગેરે સંખ્યાઓમા જે વિશિષ્ટતા રહેલી છે, તે તમારા ધ્યાનમાં આવે છે ખરી ? ૨ કરતાં ૪ નો આક બમણો છે, ૩ કરતાં ૬ નો આંક બમણો છે અને ૪ કરતાં ૮ નો આંક બમણો છે. આપણે આ વિશિષ્ટતા લક્ષ્યમાં રાખીને તેનો ગુણાકારમાં ઉપયોગ કરીએ

તો શ્રમ તથા સમય બચાવી શકીએ. દાખલા તરીકે ૧૫ ને ૨૪ થી ગુણવાના છે, તો ત્યાં ચાલુ પદ્ધતિ ન અજમાવતા આટલું જ કરવાનું કે–

૧૫ × ૨ =	૩૦
૧૫ × ૪ =	૬૦
	૩૬૦

અથવા ૩૬ થી ગુણવાના છે, તો–

૧૫ × ૩ =	૪૫
૧૫ × ૬ =	૯૦
	૫૪૦

અથવા ૪૮ થી ગુણવાના છે, તો–

૧૫ × ૪ =	૬૦
૧૫ × ૮ =	૧૨૦

અહીં પ્રથમ દર્શકની સંખ્યા વડે ગુણાકાર કરવાનો છે અને બીજી લીંટીમાં તેનાથી બમણી સંખ્યા મૂકવાની છે પછી તે બંનેનો સરવાળો કરતા જવાબ આવી જાય છે. શું આ રીત આપણા શ્રમ અને સમયનો બચાવ કરનારી નથી?

૫૧૦, ૬૧૨, ૭૧૪, ૮૧૬, ૧૨૨૪, ૧૪૨૮, ૧૮૩૬ વગેરે આ પ્રકારની જ સંખ્યાઓ છે. તેના વડે કોઈ પણ રકમને ગુણવી હોય તો ઉપર બતાવ્યા મુજબ સહેલાઈથી ગુણી શકાય છે. દાખલા તરીકે ૩૮૪ ને ૬૧૨ વડે ગુણવા છે, તો ત્યા આટલું જ કરવાનું કે–

૩૮૪ × ૬ = ૨૩૦૪
૩૮૪ × ૧૨ = ૪૬૦૮

૨૩૫૦૦૮

અહીં પ્રથમ સોની સંખ્યા વડે ગુણાકાર કરવાનો છે અને બીજી પંક્તિમાં તેનાથી બમણી સંખ્યા મૂકી દેવાની છે. ચાલુ પદ્ધતિએ આ ગુણાકાર કરી જુઓ, એટલે આ રીતની સરલતાનો વધુ સ્પષ્ટ ખ્યાલ આવશે.

૩૮૪
૬૧૨

૭૬૮
૩૮૪ ×
૨૩૦૪ ×

૨૩૫૦૦૮

અહીં '૩૮૪ ને ૧૮૩૬ થી ગુણવા હોય તો પણ આટલું જ કરવાનું કે–

૩૮૪ × ૧૮ = ૬૯૧૨
૩૮૪ × ૩૬ = ૧૩૮૨૪

૭૦૫૦૨૪

જો અઢારના ગડિયા આવડતા હોય તો ૩૮૪ ને ૧૮ વડે ગુણવામાં કંઈ મુશ્કેલી નથી. તેનો સીધો ગુણાકાર મૂકી શકો છો, અન્યથા કાગળ-પેનસીલનો ઉપયોગ કરીને આ પરિણામ નોંધી શકો છો. નીચેની રકમમાં તો તેનાઃ

બમણા જ કરવાના છે, એટલે તેમાં કંઈ મુશ્કેલી નથી ચાલુ પદ્ધતિએ આ ગુણાકાર કરવો હોય તો ચાર વાર ગુણાકાર કરવો પડે, તેનો સરવાળો કરવો પડે અને તેમાં ખૂબ સાવધાની રાખવી પડે જેમકે–

```
       ૩૮૪
   × ૧૮૩૬
   --------
      ૨૩૦૪
     ૧૧૫૨ ×
    ૩૦૭૨ ×
    ૩૮૪ ×
  ---------
    ૭૦૫૦૨૪
```

૫૧૫, ૬૨૪ અને ૧૧૫૫ની સંખ્યાઓ પણ વિશિષ્ટ અંકરચનાવાળી છે, કારણ કે તેના બે ભાગ કરીએ તો પ્રથમ ભાગ કરતાં બીજો ભાગ અનુક્રમે ત્રણ ગણો, ચાર ગણો તથા પાચ ગણો છે. આ વિશિષ્ટતાનો ગુણાકારમાં જરૂર ઉપયોગ થઈ શકે જેમ કે ૪૫૨ ને આ સંખ્યાઓ વડે ગુણવાના છે, તો ત્યાં આટલું જ કરવાનું કે–

```
૪૫૨ × ૫  = ૨૨૬૦
૪૫૨ × ૧૫ =   ૬૭૮૦  (ઉપરની સંખ્યા કરતાં
           --------   ત્રણ ગણી)
           ૨૩૨૭૮૦
```

અહીં પ્રથમ સોની સંખ્યા વડે ગુણાકાર કર્યો અને બીજી લીંટીમાં તેનાથી ત્રણ ગણી સંખ્યા મૂકી, જે વાનું કામ તદ્દન સહેલું છે.

૪૫૨ × ૬ = ૨૭૧૨
૪૫૨ × ૨૪ = ૧૦૮૪૮ (ઉપરની સંખ્યા કરતાં ચાર ગણી)

૨૮૨૦૪૮

૪૫૨ × ૧૧ = ૪૯૭૨
૪૫૨ × ૫૫ = ૨૪૮૬૦ (ઉપરની સંખ્યા કરતાં પાંચ ગણી)

૫૨૨૦૬૦

આ જવાબોની યથાર્થતા ખ્યાલમાં આવે તે માટે આ દાખલાઓ ચાલુ પદ્ધતિએ પણ ગણી બતાવ્યા છે :

૪૫૨	૪૫૨	૪૫૨
× ૫૧૫	× ૬૨૪	× ૧૧૫૫
૨૨૬૦	૧૮૦૮	૨૨૬૦
૪૫૨ ×	૯૦૪ ×	૨૨૬૦ ×
૨૨૬૦ × ×	૨૭૧૨ × ×	૪૫૨ × ×
		૪૫૨ × × ×
૨૩૨૭૮૦	૨૮૨૦૪૮	૫૨૨૦૬૦

૧૦૫, ૧૨૬, ૧૪૭, ૧૬૮ પણ વિશિષ્ટ અંકરચનાવાળી સંખ્યાઓ છે. તેના બે ભાગ કરીએ તો પ્રથમ ભાગ કરતાં બીજો ભાગ અરધો છે, એટલે તેના ગુણાકારમાં આ વિશિષ્ટતાનો ઉપયોગ કરવાનો. દાખલા તરીકે ૨૧૨ ને ૧૦૫ વડે ગુણવા છે, તો ત્યાં આ રીતે પદ માંડવાનાં :

૨૧૨ × ૧૦ = ૨૧૨૦
૨૧૨ × ૫ = ૧૦૬૦ (ઉપરની સંખ્યા કરતાં અરધી)

૨૨૨૬૦

અથવા ૧૨૬ વડે ગુણવા છે, તો—

૨૧૨ × ૧૨ = ૨૫૪૪
૨૧૨ × ૬ = ૧૨૭૨ (ઉપરની સંખ્યા કરતાં અરધી)

૨૬૭૧૨

અન્ય ગુણાકારોમાં પણ આ રીતે જ સમજી લેવું.

૪–એકમનો સરવાળો ૧૦ થતો હોય અને દશક કે સો સરખા જ હોય તેવી બે સંખ્યાને ગુણવાની રીત.

ધારો કે ૩૪ ને ૩૬થી ગુણવા છે, તો અહીં એકમોનો સરવાળો ૪ + ૬ = ૧૦ થાય છે અને બને દશકો સમાન છે. તો તેનો ગુણાકાર નીચે પ્રમાણે સહેલાઈથી થઈ શકશે :–

૩ × ૪ = ૧૨ બે મીંડા ચડાવતા ૧૨૦૦
૪ × ૬ = (બે એકમોનો ગુણાકાર) ૨૪

૧૨૨૪

દશક કે સોની સંખ્યા સમાન હોય ત્યાં તેનાથી ૧ વધારાવાળી સંખ્યાથી તેનો ગુણાકાર કરવો અને તેના પર બે મીંડાં ચડાવવાં. દશક ને દશકથી ગુણીએ તો સો જ આવે ને? પછી એકમને એકમથી ગુણતાં જે સંખ્યા આવે તે પહેલી રકમની નીચે લખવી અને તે બંનેનો સરવાળો કરવો, એટલે જવાબ આવી જાય.

આ રીતે અહીં ૩ × ૪ = ૧૨ કર્યા અને તેના પર બે શૂન્ય ચડાવી ૧૨૦૦ બનાવ્યા. પછી એકમને એકમથી ગુણતા ૪ × ૬ = ૨૪ આવ્યા, તે ૧૨૦૦ની નીચે લખ્યા. પછી તેનો સરવાળો કર્યો, એટલે ૧૨૨૪ જવાબ આવ્યો.

હવે ચાલુ પદ્ધતિએ આ ગુણાકાર કરી જુઓ, એટલે આ જવાબની યથાર્થતા સમજાશે :

```
   ૩૪
 × ૩૬
 ────
  ૨૦૪
 ૧૦૨ ×
 ────
 ૧૨૨૪
```

અહી નવી રીતે બીજા પણ દાખલા ગણ્યા છે, તેનું નિરીક્ષણ કરો, એટલે તમારું કામ પાકું થશે.

૪૧ × ૪૯

```
૪ × ૫ = ૨૦ × ૧૦૦ =   ૨૦૦૦
૧ × ૯ =                  ૯
                      ────
                      ૨૦૦૯
```

૮૩ × ૮૭

૮ × ૯ = ૭૨ × ૧૦૦ =			૭૨૦૦
૩ × ૭ =			૨૧
			૭૨૨૧

૧૧૨ × ૧૧૮

૧૧ × ૧૨ = ૧૩૨ × ૧૦૦ =			૧૩૨૦૦
૨ × ૮ =			૧૬
			૧૩૨૧૬

વિશેષ મહાવરા માટે તમે નીચેના ગુણાકાર જાતે કરી જાઓ :

૭૩ × ૭૭

૫૭ × ૫૩

૬૨ × ૬૮

૭૪ × ૭૬

૧૨૨ × ૧૨૮

卐

[૧૪]

બહુ મોટા ગુણાકારો કરવાની સહેલી રીત

ધારો કે ૬૮૭૨૩૫૪૦૧૮ ને ૭૫૮૨૩૪ વડે ગુણવા છે, તો તમે આવો ગુણાકાર કરવાની હામ ભીડશો ખરા? અને ભીડો તો તેમાં એક પણ ભૂલ નહિ રહેવાની ખાતરી આપી શકશો ખરા? અમે માનીએ છીએ કે સેંકડે નેવું માણસો તે માટે તૈયાર નહિ થાય અને કદાચ તૈયાર થશે તો પણ બિલકુલ સ્વસ્થ ચિત્તે આ ગુણાકાર ગણીને એક પણ ભૂલ વિનાનો જવાબ રજૂ કરવાની હિંમત કરશે નહિ. પરંતુ આવા ગુણાકારો વધારે સહેલી રીતે ગણી શકાય છે અને તેમાં ભૂલ થવાનો સંભવ નથી.

તે અંગે અહીં એક ચિત્ર આપ્યું છે, તેના પર બરાબર ધ્યાન આપો. આ ચિત્રના મથાળે જે રકમ લખેલી છે તે ગુણ્ય છે, અર્થાત્ તેને ગુણવાની છે અને ડાબી બાજુએ ઊભી રકમ લખી છે તે ગુણક છે, અર્થાત્ તેનાથી ઉપરની રકમને ગુણવાની છે.

અહીં દશ આંકડાની રકમને ગુણવાની છે, એટલે ઉભા ખાનાં ૧૦ રાખેલાં છે અને છ આંકડાની રકમ વડે ગુણવાનું છે એટલે આડા ખાનાં ૬ રાખેલાં છે. પછી તે દરેક ખાનામાં એક કર્ણરેખા દોરીને તેના બે ભાગો કરવામાં આવ્યા છે. આ રીતે તેમાં ૬૦ ચોરસ અને ૧૨૦ અડધિયાં ગોઠવાયેલાં છે. અહીં ગુણકના દરેક આંકડા વડે ગુણ્યના દરેક આંકડાને ગુણેલા છે અને તેનો જે જવાબ આવ્યો, તે અનુક્રમે દરેક ચોરસમાં લખેલો છે. તેમાં દશકનો આંકડો ઉપરના અડધિયામાં ભરેલો છે અને એકમનો આંકડો નીચેના અડધિયામાં ભરેલો છે જ્યાં જવાબ માત્ર એક અંકનો આવેલો છે, ત્યાં ઉપર ૦ મૂકીને તે અંક નીચેના અડધિયામાં મૂકેલો છે.

પછી અ થી શરૂ કરીને દરેક ખાનાનો ત્રાંસો સરવાળો કરેલો છે. તે સરવાળાની ચાલુ રીતે જ કરેલો છે, એટલે એકમને જવાબમાં લખેલ છે અને વૃદ્ધિને પછીની હારમાં ઉમેરેલ છે.

આ રીતે સરવાળો કરતાં જે આંક આવ્યા તે દરેક ચોરસની નીચે તથા બાજુમાં લખેલા છે.

ત્યાર બાદ ક થી શરૂ કરીને અ સુધીના અંકોને ક્રમશઃ લખ્યા છે, તે એનો જવાબ છે.

જો બરાબર સમજ ન પડે તો બે–ત્રણ વાર આનું અધ્યયન કરો, એટલે વસ્તુ તદ્દન સ્પષ્ટ થઈ જશે.

	વ	૬	૮	૭	૨	૩	૫	૪	૦	૧	૮	
૭	૫	૪/૨	૫/૬	૪/૯	૧/૪	૨/૧	૩/૫	૨/૮	૦/૦	૦/૭	૫/૬	
૫	૧	૩/૦	૪/૦	૩/૫	૧/૦	૧/૫	૨/૫	૨/૦	૦/૦	૦/૫	૪/૦	
૬	૯	૩/૬	૪/૮	૪/૨	૧/૨	૧/૮	૩/૦	૨/૪	૦/૦	૦/૬	૪/૮	
૨	૭	૧/૨	૧/૬	૧/૪	૦/૪	૦/૬	૧/૦	૦/૮	૦/૦	૦/૨	૧/૬	
૩	૧	૧/૮	૨/૪	૨/૧	૦/૬	૦/૯	૧/૫	૧/૨	૦/૦	૦/૩	૨/૪	
૪	૦	૨/૪	૩/૨	૨/૮	૦/૮	૧/૨	૨/૦	૧/૬	૦/૦	૦/૪	૩/૨	
		૭	૭	૬	૮	૪	૪	૮	૨	૧	૨	ઑ

૫,૧૯,૭૧,૦૭,૭૬,૮૪,૪૮,૨૧૨ જવાબ

આ જ દાખલો ચાલુ પદ્ધતિએ પણ ગણી બતાવ્યો છે, તેની આ પદ્ધતિ સાથે સરખામણી કરો, એટલે આમા જે સરલતા અને ભૂલને ટાળવાની ગોઠવણ છે, તે તમારા લક્ષમાં આવી જશે.

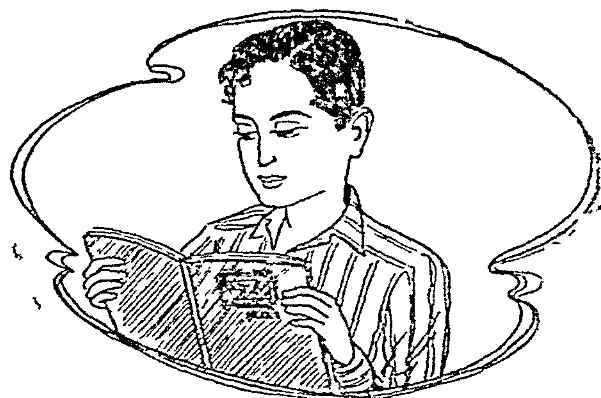
```
          ૬૮૭૨૩૫૪૦૧૮
             ×૭૫૬૨૩૪
      ----------------
         ૨૭૪૮૯૪૧૬૦૭૨
        ૨૦૬૧૭૦૬૨૦૫૪×
       ૧૩૭૪૪૭૦૮૦૩૬××
      ૪૧૨૩૪૧૨૪૧૦૮×××
     ૩૪૩૬૧૭૭૦૦૯૦××××
    ૪૮૧૦૬૪૭૮૧૨૬×××××
  --------------------
    ૫૧૯૭૧૦૭૭૬૮૪૪૮૨૧૨
```

નાના ગુણાકારો પણ આ રીતે કરી શકાય જેમકે ૩૨૪ ને ૬૫ વડે ગુણવા છે, તો

	બ	૩	૨	૪
૬	૨	૧ / ૮	૧ / ૨	૨ / ૪
૫	૧	૧ / ૫	૧ / ૦	૨ / ૦
		૦	૬	૦ અ

૨૧૦૬૦ જવાબ

પરંતુ નાના ગુણાકારો માટે ચાલુ પદ્ધતિ અનુકૂળ હોવાથી મોટા ગુણાકારોમાં જ આ રીત વપરાય છે અને તે સહેલી પડે છે.



ગુણાકાર અંગે વિશેષ

ગુણાકાર અંગે જે વિશેષ હકીકત જાણવા જેવી છે, તે આ પ્રકરણમાં જણાવેલી છે.

૧–જવાબ એકી કે બેકી ?

ગુણાકારનો જવાબ એકીમાં આવશે કે બેકીમાં ? તે ગુણ્ય અને ગુણકની સંખ્યા પરથી જાણી શકાય છે.

(૧) જો ગુણ્ય સંખ્યા એકી હોય અને ગુણક સંખ્યા પણ એકી હોય તો તેનો જવાબ એકીમાં જ આવે. જેમકે– ૭ × ૫ = ૩૫. ૧૩ × ૯ = ૧૧૭. ૧૩૫ × ૧૧ = ૧૪૮૫.

(૨) જો ગુણ્ય સંખ્યા એકી હોય અને ગુણક સંખ્યા બેકી હોય તો તેનો જવાબ બેકીમા જ આવે. જેમકે— ૯ × ૪ = ૩૬. ૧૫ × ૮ = ૧૨૦. ૩૬૭ × ૧૨ = ૪૪૦૪.

(૩) જો ગુણ્ય સંખ્યા બેકી હોય અને ગુણક સંખ્યા એકી હોય તો પણ તેનો જવાબ બેકીમાં જ આવે. જેમકે– ૧૮ × ૭ = ૧૨૬. ૨૪ × ૯ = ૨૧૬. ૧૧૮ × ૧૫ = ૧૭૭૦.

(૪) જો ગુણ્ય સંખ્યા બેકી હોય અને ગુણક સંખ્યા પણ બેકી હોય તો તેનો જવાબ પણ બેકીમાં જ આવે. જેમકે- ૧૪ × ૬ = ૮૪. ૩૨ × ૪ = ૧૨૮. ૨૦૦ × ૧૨ = ૨૪૦૦.

૨-ગુણ્ય અને ગુણકના પરિવર્તનથી જવાબમાં ફરક પડે નહિ.

જો ગુણ્ય સંખ્યાને ગુણકના સ્થાને લખીએ અને ગુણક સંખ્યાને ગુણ્યના સ્થાને લખીએ તો તેથી જવાબમાં કંઈ ફરક પડતો નથી જેમકે ૮ × ૭ = ૫૬ અને ૭ × ૮= ૫૬. આ વસ્તુ અહીં એટલા માટે સ્પષ્ટ કરવામાં આવે છે કે ઘણી વખત ગુણ્ય રકમ નાની હોય છે અને ગુણક રકમ મોટી હોય છે, ત્યારે તેમનું પરિવર્તન કરી લેવાથી ગુણાકાર કરવામાં વધારે અનુકૂળતા રહે છે. દાખલા તરીકે ૩ને ૧૭૦૦થી ગુણવા હોય તો ૩ ને ગુણ્યના સ્થાને મૂકીને ૧૭૦૦ને ગુણકના સ્થાને મૂકવા કરતાં ૧૭૦૦ને ગુણ્યના સ્થાને મૂકીને ૩ને ગુણકના સ્થાને મૂકવાથી ગુણાકાર કરવાનું વધારે અનુકૂળ રહે. અહીં બંને રીતે અંકની સ્થાપના કરેલી છે.

૩	૧૭૦૦
× ૧૭૦૦	× ૩

હવે બંનેનો ગુણાકાર કરી જુઓ, એટલે શેમાં વધારે અનુકૂળતા પડે છે, તે જણાઈ આવશે.

આમ છતાં કેટલીક વાર ગુણ્યની રકમ નાની હોય

અને ગુણકની રકમ મોટી હોય તો તેમ જ રહેવા દેવામાં આવે છે, કારણ કે તેમાં ગુણાકાર કરવાની અનુકૂળતા હોય છે. દાખલા તરીકે ૧૮ ને ૨૫ વડે ગુણવાના હોય તો ત્યાં ગુણ્ય–ગુણકનું પરિવર્તન કરવાની જરૂર નહિ. એક તો બંને રકમ બે આંકડાની છે અને બીજું 'અઢાર પા સાડા-ચાર' એમ ગણી અહીં સીધો જવાબ ૪૫૦ મૂકી શકાય છે, તે ૨૫ × ૧૮ કરીએ તો મૂકી શકાતો નથી. ત્યાં ચાલુ પદ્ધતિએ ગુણાકાર કરવો પડે અથવા ૨૫ × ૨૦ = ૫૦૦ – ૫૦ = ૪૫૦ આ રીતે જવાબ લાવવો પડે.

મુખ્ય વાત એ છે કે જો જરૂર હોય તો ગુણ્યનું ગુણક તરીકે અને ગુણકનું ગુણ્ય તરીકે પરિવર્તન કરી શકાય છે. તે કરવું જ જોઇએ, એવો સિદ્ધાંત નથી.

૩–વિભાગપદ્ધતિ

ગુણાકારની ક્રિયાને સહેલી કે સરલ બનાવવા માટે ગુણકના વિભાગો કરી નાખવા તેને વિભાગપદ્ધતિ (Break down method) કહે છે. દાખલા તરીકે ૩૬ ને ૧૭ થી ગુણવા હોય તો આ પદ્ધતિ અનુસાર નીચે પ્રમાણે ગુણી શકાય:

૩૬ × ૧૦ = ૩૬૦
૩૬ × ૭ = ૨૫૨
૬૧૨

૧૦ + ૭ = ૧૭ થાય છે, એટલે અહીં ૧૦ અને ૭

એવા બે વિભાગો પસંદ કરવામાં આવ્યા છે. જો ૨૫૭૪ ને ૪૧૬ થી ગુણવા હોય તો નીચે પ્રમાણે ગુણી શકાય :

૨૫૭૪ × ૪૦૦ = ૧૦૨૯૬૦૦
૨૫૭૪ × ૧૦ = ૨૫૭૪૦
૨૫૭૪ × ૬ = ૧૫૪૪૪
૧૦૭૦૭૮૪

૪૦૦ + ૧૦ + ૬ = ૪૧૬ થાય છે, એટલે અહીં આ પ્રમાણે ૩ વિભાગો પાડવામાં આવ્યા છે. આમાં દશના પાયાનો મુખ્ય ઉપયોગ હોવાથી તથા છેલ્લી રકમ માત્ર એક જ અંકની હોવાથી ગુણાકારમાં ઘણી સરલતા રહે છે. આ જ દાખલો ચાલુ પદ્ધતિએ કરવો હોય તો નીચે પ્રમાણે થાય :

૨૫૭૪
× ૪૧૬
૧૫૪૪૪
૨૫૭૪ ×
૧૦૨૯૬ ×
૧૦૭૦૭૮૪

હવે તમે જ કહો કે આ બે રીતમાં કઈ રીત વધારે સરલ છે?

મૌખિક ગણના કે જેમાં બે થી ત્રણ આંકડા વડે ગુણાકાર કરવાનો હોય છે, તેમાં આ રીત વધારે સહેલી પડે છે. દાખલા તરીકે ૨૭ ને ૩૬ વડે મૌખિક ગુણવા હોય

તો ત્યાં ચાલુ પદ્ધતિનો આશ્રય લઈ શકાય નહિ. એ તો દ્રાવિડી પ્રાણાયામ જેવું કામ બની જાય પરંતુ અહીં ૨૭ × ૩૦ = ૮૧૦ અને ૨૭ × ૬ = ૧૬૨ એમ ગણી ૯૭૨ જવાબ તરત જ આપી શકાય. અથવા ૪૫ ને ૨૭ વડે મૌખિક ગુણવા હોય તો ચાલુ પદ્ધતિ ભારે પડે. ત્યાં ૪૫ × ૨૦ = ૯૦૦ અને ૪૫ × ૭ = ૩૧૫ = ૧૨૧૫ આ રીતે જવાબ આપવાનું વધારે સગવડભર્યું રહે.

૪–અનુકૂળતા પર ખાસ ધ્યાન આપો

ગુણાકાર કરવાની રીતો ઘણી છે, પણ તેમાં અનુકૂળતા પર ખાસ ધ્યાન આપવાનું છે. જે રીત જ્યા વધારે અનુકૂળ લાગે, ત્યાં તેનો ઉપયોગ કરવો. દાખલા તરીકે ૪૧૭ ને ૧૫ વડે ગુણવા છે, તો જેને ચાલુ પદ્ધતિ અનુકૂળ આવી ગઈ હોય, તે નીચે પ્રમાણે સીધો ગુણાકાર કરે :

(૧) ૪૧૭ × ૧૫ = ૬૨૫૫.

(૨) અથવા તો તે માટે નીચે પ્રમાણે પદો માડે :

```
  ૪૧૭
 × ૧૫
──────
 ૨૦૮૫
 ૪૧૭×
──────
 ૬૨૫૫
```

(૩) અથવા ૧૫ વડે ગુણવાની જે રીત બતાવી છે, તે અનુકૂળ આવી ગઈ હોય તો આ પ્રમાણે ગણના કરે :

૪૧૭ × ૧૦ = ૪૧૭૦
તેના અરધા ૨૦૮૫

૬૨૫૫

(૪) અથવા વિભાગપદ્ધતિથી ગુણવાનું ફાવી ગયું હોય તો આ પ્રમાણે પદો માંડે :

૪૧૭ × ૧૦ = ૪૧૭૦
૪૧૭ × ૫ = ૨૦૮૫

૬૨૫૫

(૫) અથવા આંકથી ટેવાઈ ગયેલ હોય તો :

'ચાર દોઢું છ' ગણીને ૬૦૦૦ ની સંખ્યા મૂકે અને 'સત્તર દોઢું સાડી પચીશ' ગણીને ૨૫૫ ની સંખ્યા તેમાં ઉમેરે. આ રીતે જવાબ ૬૨૫૫ આવે.

(૬) અથવા કોઈને અવયવ વડે ગુણવાનું વધારે પસંદ હોય તો આ પ્રમાણે ગુણે :

૪૧૭ × ૩ = ૧૨૫૧ × ૫ = ૬૨૫૫.

(૭) અથવા અરધા=બમણાની રીત અજમાવતાં આનંદ થતો હોય તો આ પ્રમાણે આકડા માડે :

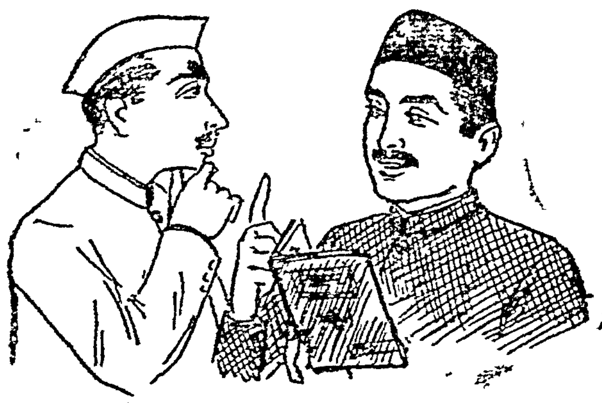
ગુણ્ય ગુણક
૧૫ × ૪૧૭ [અહીં ગુણ્ય-ગુણકનું પરિવર્તન કર્યું છે.]
૭ × ૮૩૪
૩ × ૧૬૬૮
૧ × ૩૩૩૬

૬૨૫૫

(૮) અથવા જેને ચોકડીની રીતનો આગ્રહ હોય તે એનો જવાબ ઊંધો માંડે. જેમ કે—

```
   ૪૧૭
 × ૧૫
──────
  ૬૨૫૫
```

સાતમી તથા આઠમી રીતનું વિસ્તૃત વર્ણન ગણિત-ચમત્કારના નવમા પ્રકરણમા કરેલું છે. તે જિજ્ઞાસુએ અવશ્ય જોઈ લેવું.



[૧૬]

ગુણાકારની ચકાસણી

લખેલું એક વાર વાંચી જવું જોઈએ અને ગણેલું એક વાર તપાસી જવું જોઈએ. તો જ તેમાં ઉતાવળ, દૃષ્ટિદોષ, પરિશ્રમ કે માનસિક વ્યવધાન થવાનાં કારણે જે ભૂલ રહી ગઈ હોય તે નજરે પડે છે અને તે સુધારી શકાય છે. જેઓ લખેલું વાંચી જવાની દરકાર કરતા નથી કે ગણેલું તપાસી જવાની તસ્દી લેતા નથી, તેઓ એક પ્રકારનું સાહસ ખેડે છે અને કોઈ વાર ભળતું જ નુકશાન ઉઠાવે છે.

'મારી તો ભૂલ થાય જ નહિ' એમ માનવું ખોટું છે. ઘણી વાર આપણે એક યા બીજા કારણે ભૂલ કરી બેસીએ છીએ અને તેનો આપણને ખ્યાલ રહેતો નથી. પરંતુ તેને ફરી તપાસવાનું રાખીએ તો એ ભૂલ જડી આવે છે અને આપણે પોતે આશ્ચર્ય પામીએ છીએ કે આવી ભૂલ મારા હાથે શી રીતે થવા પામી ?

જેમ આપણે કોઈ વાર ભૂલ કરીએ છીએ, તેમ

કારકુન, ગુમાસ્તા આદિ પણ ભૂલો કરે છે, તેથી જ હિસાઓની ચકાસણી કરવાની પદ્ધતિ રાખવી જોઈએ.

સરવાળાની ચકાસણી કેમ કરવી ? તે અમે પાંચમા પ્રકરણમાં વિસ્તારથી વર્ણવ્યું છે અને બાદબાકીની ચકાસણી કેમ કરવી ? તેની સૂચનાઓ સાતમા પ્રકરણમાં આપી છે. હવે ગુણાકારની ચકાસણી કેમ કરવી ? તે આ પ્રકરણમાં દર્શાવીએ છીએ.

એક વાર એક મિત્રે ચકાસણી માટે નીચેનો ગુણાકાર અમારી સામે ધર્યો :

$૮૮૮૮૮૮૮૮૮^{૨}$ = ૭૯૦૧૨૩૪૪૮૦૯૮૭૬૫૪૪.

અહીં ૮ ની ઉપર ૨ ચડાવ્યા છે, તે વર્ગનો સંકેત છે. એનો અર્થ એ છે કે એ રકમને એ રકમે જ ગુણવાની છે, અર્થાત્ ૯ આઠડાને ૯ આઠડાથી ગુણવાના છે આ ગુણાકાર જોઈને અમે બે સેકન્ડમા જ કહ્યું કે, 'આમાં ભૂલ છે.

તરત જ સામેથી પ્રશ્ન થયો કે 'આ વસ્તુ તમે અંતઃસ્ફુરણાથી કહો છો કે ગણિતના આધારે કહો છો ?'

અમે કહ્યું : 'ગણિતના આધારે કહીએ છીએ.'

ફરી સામેથી પ્રશ્ન થયો કે 'એટલી વારમાં તમે ગણ્યું શું ? આ વાત ધ્યાનમાં બેસતી નથી.'

અમે કહ્યું 'આ દાખલામા ગુણ્ય રકમ ૯ આકની છે અને ગુણક પણ ૯ આંકનો છે. વળી તેની ડાબી બાજુ ૮ જેવો ભારે આક છે, એટલે આ ગુણાકારનો જવાબ

૧૮ આંકડાનો આવવો જોઈએ, પરંતુ આ જવાબમાં ૧૭ આંકડા છે, માટે તેમાં ભૂલ હોવાનું જણાવ્યું છે.'

આ જવાબથી તેમના મનનું કંઈક અંશે સમાધાન થયું, પણ વધારે સ્પષ્ટતા કરવા ફરી એક પ્રશ્ન પૂછયો કે 'આમાં નિયમ શું છે?'

અમે કહ્યું કે 'કોઈ પણ ગુણાકારની ગુણ્ય રકમના આંકડા તથા ગુણક રકમના આંકડાનો સરવાળો કરીએ, તેના જેટલા જ કે તેનાથી એક ઓછા આંકડાનો જવાબ આવે. તેથી ઓછા આકડા હોય કે વધારે આંકડા હોય તો સમજવું કે એ ગુણાકાર ખોટો છે. તમે કોઈ પણ ગુણાકાર ગણી જુઓ, એટલે આ વાતની ખાતરી થશે'

તેમણે કહ્યું: 'આ નિયમ અનુસાર તો આ ગુણાકારમાં ભૂલ છે, એમ કહી શકાય નહિ, કારણ કે ગુણ્ય રકમના ૯ આંકડા છે અને ગુણક રકમના પણ ૯ આંકડા છે. તે બંનેનો સરવાળો ૧૮ થાય છે અને તેનાથી ૧ ઓછો આંકડો એટલે ૧૭ આંકડા આ ગુણાકારમા છે.'

અમે કહ્યુ· 'ગુણ્ય અને ગુણકના પ્રારંભમાં ૧, ૨ કે ૩ જેવા નાના આંકડા હોય ત્યારે જવાબમાં સરવાળા કરતાં ૧ ઓછો આંકડો આવવાનો સંભવ ખરો, પણ ૪ કે તેથી મોટા આંકડા હોય તો તેના જવાબમાં ગુણ્ય અને ગુણક રકમના જેટલા આંકડા હોય તેના સરવાળા જેટલા જ આંકડા જવાબમાં આવે. અહીં ગુણ્ય અને ગુણકના પ્રારંભમાં ૮

છે, તેથી ૧૭ આંકડા સંભવી શકે નહિ. તેમાં પૂરા ૧૮ આંકડા જ જોઈએ.

અમારા મિત્ર જિજ્ઞાસુ હતા. તેમણે આ ગુણાકાર સંબંધી એક વિશેષ પ્રશ્ન પૂછ્યો: 'આ ગુણાકારના પ્રારંભના આંકડાઓમા ભૂલ છે, મધ્યના આંકડાઓમાં ભૂલ છે કે છેવટના આંકડામાં ભૂલ છે, તે તમે કહી શકશો ખરા ?'

અમે કહ્યું. 'પ્રાથમિક દૃષ્ટિએ તો એમ જ જણાય છે કે આ ગુણાકારના પ્રારંભના અને છેલ્લા આંકડાઓ ઠીક છે. તેમાં જે કંઈ ભૂલ છે, તે વચલા આંકડાઓમાં જ હોવી જોઈએ.'

તેમણે પૂછ્યું: 'આવું શા આધારે કહો છો ?'

અમે કહ્યું. '૮૮ ને ૮૮ થી ગુણતાં ૭૭ અને ઉપર અમુક અંક આવે તેમાં વૃદ્ધિ આદિ ભળતાં થોડો વધારો થાય, એટલે અહીં ૭૯ નો આંક બરાબર લાગે છે. વળી ગુણાકારના છેડે તો બે એકમના ગુણાકારનો છેલ્લો અંક જ આવે. એટલે કે ૮ × ૮ = ૬૪ નો ૪ આવે. તે અહીં બરાબર દેખાય છે અને ૮૮ × ૮૮ નો ગુણાકાર કરીએ તો ૭૭૪૪ જવાબ આવે, એટલે તેની આગળનો આંકડો પણ ઠીક લાગે છે'

આ ઉત્તર સાંભળીને થોડી વાર સુધી તો તેઓ અમારી સામે તાકી જ રહ્યા અને બોલી ઊઠ્યા કે 'અમારું બધું પાણીમાં ગયું. આવી સાદી સીધી વાતો પણ અમારા મગજમાં આવતી નથી. સાચી હકીકત એ છે કે શાળામાં

અમને કોઈ દિવસ આ વસ્તુ શીખવવામાં આવી ન હતી અને પછી પણ અમારી સાથે કોઈએ આ જાતની વાત કરી ન હતી. અમે ગણિત સંબંધી એક-બે પુસ્તકો વાંચેલાં, પણ તે તદ્દન સામાન્ય કોટિનાં હતાં. તેમાં આવી કોઈ મહત્ત્વની વિચારણા ન હતી. વારુ, હજી મને એક પ્રશ્ન પૂછવાનું મન થાય છે કે મધ્યના આંકડાઓ ઘણા છે, તેમાં કયા સ્થળે ભૂલ છે? એ જાણવાનું કંઈ સાધન ખરું?'

અમે કહ્યું: 'એનો જવાબ આપવો ખરેખર કઠિન છે, પણ ગુણાકારનું સૂક્ષ્મ નિરીક્ષણ કરીએ તો એમ લાગે છે કે જમણી બાજુથી શરૂ કરીને આઠ આંકડામાં એક પ્રકારનો ક્રમ છે. જેમ કે—

૦ ૯ ૮ ૭ ૬ ૫ ૪ ૪ એટલે કે આગલા કરતાં એક આંકડો ક્રમશઃ વધતો જાય છે અને તે ઠેઠ શૂન્ય સુધી પહોંચે છે, એટલે તેમાં ભૂલ હોય એવો સંભવ નથી. તે જ રીતે ડાબી બાજુથી જોઈએ તો ૭૯૦૧૨૩૪ સુધી ક્રમ દેખાય છે અને પછી ૪૮ની સંખ્યા આવે છે, એટલે ભૂલ આટલામાં જ કંઈક હોવી જોઈએ.'

તેમણે કહ્યું: 'કમાલ છે! આ વાત તો અમને કદી સૂઝત જ નહિ, પરંતુ એટલું તો કહો કે ગુણાકારને ચકાસવાની બીજી કોઈ રીત છે ખરી?'

અમે કહ્યું: 'નવડીની રીત છે. પણ તેમાં કોઈ વાર ગોથું ખવાઈ જવાય છે, એટલે ગુણાકારની ચકાસણી આ પ્રમાણે બે-ત્રણ રીતથી કરવી જોઈએ.'

હવે સમય થયો હતો, એટલે અમે અમારા મિત્રને કહ્યું કે 'જ્યારે એક વાત શરૂ જ કરી છે, ત્યારે તેનો છેડો લાવો. અર્થાત્ આ ગુણાકાર ચાલુ પદ્ધતિએ કરી જુઓ અને અમારો ઉત્તર ખરો છે કે ખોટો ? તેની પણ ખાતરી કરી જુઓ.'

પછી તે મિત્રે નીચે પ્રમાણે ગુણાકાર કર્યો :

```
                  ૮ ૮ ૮ ૮ ૮ ૮ ૮ ૮ ૮
                × ૮ ૮ ૮ ૮ ૮ ૮ ૮ ૮ ૮
                ———————————————————
                ૭ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૦ ૪
              ૭ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૦ ૪ ×
            ૭ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૦ ૪ ×
          ૭ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૦ ૪ ×
        ૭ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૦ ૪ ×
      ૭ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૦ ૪ ×
    ૭ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૦ ૪ ×
  ૭ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૦ ૪ ×
૭ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૧ ૦ ૪ ×
———————————————————————————————————
૭ ૯ ૦,૧ ૨ ૩,૪ ૫ ૫,૨ ૦ ૯,૮ ૭ ૬,૫ ૪ ૪
```

આમાં જવાબ ૧૮ આંકડાનો આવ્યો, એટલે અમારી પ્રથમ વાત સાચી સાબીત થઈ. પછી પ્રથમના ગુણાકાર સાથે આ ગુણાકારની રકમ મેળવતા નક્કી થયું કે તેમાં આઠમો તથા નવમો આંકડો ખોટો લખાયેલો હતો તથા દશમો

આંક ઉડી ગયો હતો. મતલબ કે અમે ત્યાં ભૂલ હોવાનું અનુમાન કર્યું હતું, તે પણ સાચું જ નીવડયું હતું અને તેથી અમારા મિત્ર ખૂબ જ પ્રભાવિત થયા હતા.

અહીં નવડીની રીત અંગે થોડો ખુલાસો કરીએ. ગુણ્ય રકમના બધા આંકડાઓનો સરવાળો કરી એક અંક બનાવવો. પછી ગુણક રકમના બધા આંકડાઓનો સરવાળો કરી એક અંક બનાવવો. આ બંને અંકને પરસ્પર ગુણવા. તેનો જે જવાબ આવે તેનો પણ એક અંક બનાવવો. પછી ગુણાકારના બધા અંકોનો સરવાળો કરી એક અંક બનાવવો. તે જો આ અંક બરાબર હોય તો સમજવું કે ગુણાકાર સાચો છે, નહિ તો તેમાં કંઈ ભૂલ છે. દાખલા તરીકે—

૭૮૬ ૭ + ૮ + ૬ = ૨૧ = ૩ ૩
×
×૮૯ ૮ + ૯ = ૧૭ = ૧ + ૭ = ૮ ૮
૭૦૭૪ ૨૪=૨ + ૪ = ૬
૬૨૮૮×
૬૯૯૫૪ ૬ + ૯ + ૯ + ૫ + ૪ = ૩૩ = ૩+૩=૬

નવડીની રીત પ્રમાણે આ ગુણાકાર બરાબર છે, કારણ કે ગુણ્ય અને ગુણક રકમનો ગુણાકાર ૬ નો આંક બતાવે છે અને ગુણાકારના આંકડાઓ પણ ૬ નો આંક બતાવે છે.

હવે આ જ સિદ્ધાંત ઉપરના દાખલાને લાગુ કરીએ. તેમાં ગુણ્ય રકમના આંકનો સરવાળો ૮ × ૯ = ૭૨ = ૯ છે અને ગુણક રકમનો સરવાળો પણ તેટલો જ છે, એટલે

કે ૯ છે. આ ૯ × ૯ = ૮૧ થાય છે અને તેનો સરવાળો પણ ૮ + ૧ = ૯ છે, એટલે ગુણાકારના આંકડાઓનો સરવાળો ૯ આવવો જોઈએ. હવે પ્રથમના જવાબમાં ૭ + ૯ + ૦ + ૧ + ૨ + ૩ + ૪ + ૪ + ૮ + ૦ + ૯ + ૮ + ૭ + ૬ + ૫ + ૪ + ૪ = ૮૧ = ૮ + ૧ = ૯ આવે છે, એટલે તેના જવાબમાં કંઈ ભૂલ સંભવતી નથી, પરંતુ આપણે જોયું કે તેમાં ૩ અંકની ભૂલ છે, એટલે માત્ર આ રીત ઉપર આધાર રાખી શકાય નહિ.

અહીં નવડીની રીતથી ભૂલ કેમ ન પકડાઈ, તે પણ જોઈએ. સાચા ગુણાકારમાં ૫૫૨ એમ ત્રણ આંકડા હોવા જોઈએ આ ત્રણ આકડાઓનો સરવાળો ૫ + ૫ + ૨ = ૧૨ થાય છે હવે ભૂલભરેલા આંકડા ૪ અને ૮ આવ્યા છે, તેનો સરવાળો પણ ૪ + ૮ = ૧૨ થાય છે, એટલે નવડીની રીતે આમા ભૂલ પકડી શકાઈ નહિ. આવી ભૂલો થવાની શક્યતા છે, તેથી જ અમે માત્ર નવડીની રીત પર આધાર રાખવાની ભલામણ કરતા નથી. અલબત્ત, તેનો પ્રાથમિક ઉપયોગ કરી જોવો જોઈએ. જો તેમાં ભૂલ દેખાય તો ગુણાકારની ભૂલ શોધવી જ રહી.

卐

[૧૭]

ભાગાકારની મૂળ ભૂમિકા

સરવાળામાં એક જ ક્રિયા હોય છે અને તે ઉમેરવાની. સમૂજમાં કહીએ તો એ એક પૈડાંની ગાડી છે. બાદબાકીનું પણ એમ જ છે. તેમાં બાદ કરવા સિવાય બીજી કોઈ ક્રિયા હોતી નથી, પરંતુ ગુણાકારમાં બે ક્રિયાઓ હોય છે: એક ગુણનક્રિયા અને બીજી સરવાળાની ક્રિયા. તેમાં પ્રથમ ગુણનક્રિયા થાય છે અને પછી સરવાળાનો આધાર લેવામાં આવે છે. આ રીતે બંને ક્રિયાઓ થઈ જતા ગુણાકાર તૈયાર થાય છે. ભાગાકારમાં પણ આ જ પરિસ્થિતિ છે. તેમાં બે ક્રિયાઓ હોય છે: એક ગુણનક્રિયા અને બીજી બાદબાકીની ક્રિયા. તેમા ગુણનક્રિયા પ્રથમ થાય છે અને પછી બાદબાકીનો આધાર લેવાય છે. આ રીતે બંને ક્રિયાઓ થઈ જતાં ભાગાકાર તૈયાર થાય છે. દાખલા તરીકે ૩૫ ને ૫ વડે ભાગવા હોય તો પ્રથમ ૫ × ૭ = ૩૫ એમ ભાગ ચલાવવો પડે અને પછી તેને ભાજ્ય સંખ્યામાંથી બાદ કરવો પડે.

૫) ૩૫ (૭

—

૫ × ૭ = ૩૫ ૩૫

———

૦૦

અહીં ગુણાકાર શા માટે કરવો પડે છે? તે પણ સમજી લેવું જોઈએ. મૂળ પ્રશ્ન એ છે કે ૩૫ માંથી ૫ નો ભાગ કેટલી વાર લઈ શકાય? એના ઉત્તરમાં ૭ સાપડે છે, એટલે ૫ અને ૭ નો ગુણાકાર કરી કુલ સંખ્યા નક્કી કરવામાં આવે છે અને તેને ભાજ્યમાંથી બાદ કરવામાં આવે છે.

ભાજક અને ભાગના ગુણાકારની રકમ ભાજ્યની નીચે લખાય છે, તે બાદ જ કરવાની હોય છે, એટલે તેની નીચે — આવું બાદબાકીનું ચિહ્ન ઘણા ભાગે મૂકવામાં આવતું નથી. ત્યાં આટલુ જ લખાય છે કે—

૫) ૩૫ (૭

૩૫

———

૦૦

એક વસ્તુ કે વસ્તુસમૂહમાંથી અમુક પ્રમાણમાં ભાગ લીધા કરીએ તો કેટલી વાર લઈ શકાય? એ પ્રશ્નનો ઉત્તર બાદબાકીથી પણ સાપડે છે. જેમકે—

પહેલી વાર	૩૫ − ૫ = ૩૦
બીજી વાર	૩૦ − ૫ = ૨૫
ત્રીજી વાર	૨૫ − ૫ = ૨૦

ચોથી વાર	૨૦ − ૫ = ૧૫
પાંચમી વાર	૧૫ − ૫ = ૧૦
છઠ્ઠી વાર	૧૦ − ૫ = ૫
સાતમી વાર	૫ − ૫ = ૦

આ બાદબાકી પરથી એવો નિર્ણય થઈ શકે કે ૩૫ માથી ૫ ની સંખ્યા લીધા કરીએ તો ૭ વાર લઈ શકાય અને પછી કંઈ બાકી રહે નહિ, અર્થાત્ ત્યાં શૂન્ય જ રહે.

આ જ વસ્તુ ભાગાકારમા સ કેતરૂપે ગોઠવાયેલી છે. તેમાં ૩૫ની સંખ્યા વચ્ચે મૂકી છે, તેનો અર્થ એ છે કે આ સ ખ્યા-માથી ભાગ લીધા કરવાનો છે. ગણિતજ્ઞોએ તેને માટે 'ભાજ્ય'ની સંજ્ઞા મુકરર કરી છે. ભાજ્ય એટલે ભાગવા યોગ્ય સંખ્યા.

હવે ૩૫ની સંખ્યામાથી કેટલા પ્રમાણમાં ભાગ લેવાનો છે? તે ડાબી બાજુ ૫ નો આક મૂકીને બતાવ્યું છે. ગણિતજ્ઞોએ તેને 'ભાજક'ની સંજ્ઞા આપી છે. ભાજક એટલે ભાગનાર.

હવે જેટલી વખત ભાગ લઈ શકાતો હોય તે જમણી બાજુ લખવામા આવે છે. એ રીતે ઉપરના દાખલામા ૭ નો આક જમણી બાજુ મૂકાયેલો છે. તેને ગણિતજ્ઞોએ 'ભાગ' કે 'ભાગફળ'ની સંજ્ઞા આપી છે.

આ રીતે ભાગ ચલાવતાં જે સંખ્યા વધે તેને ગણિતજ્ઞોએ 'શેષ'ની સંજ્ઞા આપેલી છે. અહીં સંખ્યા વધતી નથી, એટલે ૦ મૂકેલું છે. તેને જ ઔપચારિક રીતે શેષસંખ્યા કે શેષ સમજવાની છે.

હવે ઉપરના ભાગાકારને સંજ્ઞાથી વિભૂષિત કરીએ, તો તેનું સ્પષ્ટ ચિત્ર મનમાં અંકિત થઈ જશે.

ભાજ્ય

ભાજક ૫) ૩૫ (૭ ભાગ

૩૫

---

૦૦ શેષસંખ્યા કે શેષ

આ સંજ્ઞાઓ બરાબર યાદ રાખવી ઘટે, કારણ કે ભાગાકારના વિષયમાં તેનો ઉપયોગ વારંવાર થવાનો. દરેક શાસ્ત્રને–દરેક વિષયને પોતાની વિશિષ્ટ પરિભાષા હોય છે, તેમ ગણિતને પણ પોતાની વિશિષ્ટ પરિભાષા છે, તે ભૂલવાનું નથી.

કેટલાક કહે છે કે સરવાળો ઠીક, બાદબાકી ઠીક અને ગુણાકાર પણ ઠીક, પરંતુ ભાગાકારનું કામ ઘણું માથાફોડિયું. તેમાંયે આઠ–દશ આંકડાનો ભાગાકાર હોય અને ભાજક કૈંક મોટો હોય તો માથું પાકી જાય. પરંતુ વાસ્તવમાં આવું કંઈ નથી. એક વાર ભાગાકારની પદ્ધતિ જાણી લીધી, તેનો થોડો મહાવરો પાડયો અને તેની કેટલીક ટૂંકી અને સહેલી રીતો હાથ કરી લીધી કે ભાગાકારની ગાડી બરાબર પાટે ચાલવાની. તેમાં માથાકૂટ જેવું કંઈ રહેવાનું નહિ.

જો તમે ભાગાકારથી ભડકયા, તો તમારું કામ ગૂંચમાં પડશે અને કેટલીક બાબતોનો ઉકેલ તો આવી શકશે જ નહિ. દાખલા તરીકે તમારે ૫૦૦ કિલો માલમાંથી ૧૫૦ ગ્રામના પેકેટ કરવા હોય તો, તો પેકેટની સંખ્યા જાણવા માટે ભાગાકાર જ માંડવો પડે અથવા રૂા. ૨,૩૫,૬૨૦ની રકમને ૭ ભાગીદાર વચ્ચે સરખા હિસ્સે વહેંચવી હોય તો

ત્યાં ભાગાકારનો જ આશ્રય લેવો પડે. અહીં સરવાળા, બાદબાકી કે ગુણાકાર તમને સીધી મદદ કરી શકે નહિ, તો પછી ભાગાકારને વ્યવહારસિદ્ધિનું એક ઉત્તમ સાધન માની તેની સાથે દોસ્તી કરવી શું ખોટી?

તમે આઠ-દશ આંકડાની તથા મોટા ભાજકની વાત કરી, પણ આવો ભાગાકાર અભ્યાસ થયા પછી માત્ર એક કે બે મીનીટમાં જ તૈયાર થઈ શકે છે. જેમકે—

```
            | | | | | | |
૧૧૨ ) ૨૩૫૬૨૦૮૨૬૪ ( ૨૧૦૩૭૫૭૩
      ૨૨૪
      ---
       ૧૧૬
       ૧૧૨
       ---
         ૪૨૦
         ૩૩૬
         ---
          ૮૪૮
          ૭૮૪
          ---
           ૬૪૨
           ૫૬૦
           ---
            ૮૨૬
            ૭૮૪
            ---
             ૪૨૪
             ૩૩૬
             ---
              ૮૮
```

પ્રથમ ભાગ ચલાવ્યા પછી ભાજ્યની રકમમાંથી જે આંકડો નીચે ઉતારવામાં આવે તેના માથે ઊભી લીટી મૂકાય છે. કેટલાક ઝીણું ટપકું પણ મૂકે છે. એથી દરેક આંક ક્રમશઃ નીચે ઉતારવામાં અનુકૂળતા રહે છે અને કોઈ આંક ભૂલી જવાતો નથી. વિશેષ અભ્યાસ થયા પછી આવું ચિહ્ન ન મૂકીએ તો પણ ચાલે, પરંતુ ભાગાકાર મોટો હોય ત્યાં આવું ચિહ્ન અવશ્ય મૂકવું જોઈએ.

સરવાળાનું ચિહ્ન (+) ઊભી ચોકડી છે, બાદબાકીનું ચિહ્ન (−) આડી લીટી છે, અને ગુણાકારનું ચિહ્ન (×) આડી ચોકડી છે; તેમ ભાગાકારનું ચિહ્ન (÷) આડી લીટી તથા તેની ઉપર અને નીચે બે ટપકાં છે.

જ્યારે બે સંખ્યાઓની વચ્ચે આવું ચિહ્ન મૂકાય, ત્યારે સમજવાનું કે પ્રથમની રકમને બીજી રકમ વડે ભાગવાની છે. જેમકે ૨૭÷૯ એટલે ૨૭ એ ભાજ્ય છે અને ૯ એ ભાજક છે તેની આગળ ઘણી વાર બરાબરનું = આવું ચિહ્ન કરવામાં આવે છે. તે એટલા માટે કે ત્યાર પછી તરત જ તેનો જવાબ લખેલો હોય છે · જેમકે ૨૭ ÷ ૯ = ૩.

સરવાળા અને ગુણાકારની જેમ ભાગાકારની પણ ટૂંકી અને સહેલી રીતો છે, તે હવે પછીના પ્રકરણમાં આપેલી છે.

卐

[૧૮]

ભાગાકારની ટૂંકી અને સહેલી રીતો

ગત પ્રકરણમાં જણાવ્યા મુજબ અહીં ભાગાકારની કેટલીક સહેલી રીતો આપવામાં આવી છે.

૧–પાંચ વડે ભાગવાની રીત

કોઈ રકમને ૫ વડે ભાગવાનું કામ અઘરૂં નથી. દાખલા તરીકે ૧૩૫ ને ૫ થી ભાગવા હોય તો તમે સહેલાઈથી ભાગી શકો છો. ત્યાં નીચે પ્રમાણે પદો માંડવાનાં :

```
 ૫) ૧૩૫ (૨૭
    ૧૦
    ───
     ૩૫
     ૩૫
     ───
     ૦૦        ૨૭ જવાબ.
```

જો અભ્યાસ હોય તો તમે આ ભાગાકાર મોઢેથી ગણી શકો અને તેનો જવાબ તરત આપી શકો. પરંતુ આ રીતે પદો માંડવાં ન હોય અને તેનો જવાબ ઝડપથી મોઢે

આપવો હોય તો એટલું જ કરવાનું કે ભાજ્ય સંખ્યાને બમણી કરી નાખવાની અને તેની પાછળનું શૂન્ય ઉડાવી દેવાનું. તેનું કારણ સમજ્યા? કોઈ પણ સંખ્યાને બમણી કરીને ૧૦ વડે ભાગીએ તો તેનું પરિણામ ૫ વડે ભાગ્યા બરાબર જ આવે છે. આ રીતે અહીં ૧૩૫ × ૨ = ૨૭૦ થાય અને પાછલું શૂન્ય ઉડાવી દેતાં જવાબ ૨૭ આવે. પ્રથમ કરતા આ રીત ટૂંકી છે, કારણ કે આમાં માત્ર ભાજ્ય રકમને બમણી કરવાની છે. પાછળનું શૂન્ય ઉડાવવામાં કંઈ જ મહેનત નથી.

હવે આ રીતે ૨૨૫ ને ૫ વડે ભાગી જુઓ, એટલે તેમાં રહેલી સરલતા સમજાશે ૨૨૫ × ૨ = ૪૫૦ = ૪૫. બસ, જવાબ આવી ગયો. જો તેને ચાલુ પદ્ધતિએ ગણ્યો હોત કે એ રીતે મનમાં ગણતરી કરી હોત તો તમારે જરૂર વધારે પદો માંડવા પડ્યા હોત. જેમકે—

```
५) २२५ (४५
    २०
    ——
    २५
    २५
    ——
    ००
```

પરંતુ આ તો ત્રણ અંકની સંખ્યા છે. જો એ સંખ્યા ચાર, પાંચ કે છ અંકની હોય તો આ બીજી રીતની પ્રશંસા કર્યા વિના ચાલે જ નહિ. જેમકે–૬૫૩૭૫ ÷ ૫ તો–

ચાલુ પદ્ધતિ   ટૂંકી રીત

```
    | | | |
૫) ૬૫૩૭૫ (૧૩૦૭૫
   ૫
   ---
   ૧૫
   ૧૫
   ---
    ૩૭
    ૩૫
    ---
     ૨૫
     ૨૫
     ---
     ૦૦
```

૬૫૩૭૫ × ૨ = ૧૩૦૭૫૦ = ૧૩૦૭૫.

૨–પંદર વડે ભાગવાની રીત

કોઈ પણ સંખ્યાને ૧૫ વડે ભાગવી હોય તો તેને બેવડી કરીને ૩૦ વડે ભાગીએ તો પણ પરિણામ એ જ આવે. જેમકે—

```
૧૫) ૧૮૦ (૧૨
    ૧૫
    ---
     ૩૦
     ૩૦
     ---
     ૦૦
```

૧૮૦ × ૨ = ૩૬૦ ÷ ૩૦ = ૧૨

આહીં સ્પષ્ટ દેખાય છે કે બીજી રીત પહેલાં કરતાં

સહેલી છે, કારણ કે તેમાં શૂન્યાંત સંખ્યાને શૂન્યાંત સંખ્યા વડે ભાગવાની આવે છે. અહીં બીજો એક દાખલો બંને રીતે ગણેલો છે, તે જોવાથી તમને આ વસ્તુની વધારે ખાતરી થશે.

ચાલુ પદ્ધતિ

```
       ।।।
૧૫) ૩૬૨૨૫ (૨૪૧૫
    ૩૦
    ---
     ૬૨
     ૬૦
    ---
      ૨૨
      ૧૫
    ---
       ૭૫
       ૭૫
    ---
       ૦૦
```

ટૂંકી રીત

૩૬૨૨૫ × ૨ = ૭૨૪૫૦ – ૩૦ = ૨૪૧૫

અહીં ૭૨૪૫૦ ÷ ૩૦ ને ૭૨૪૫ – ૩ કરી નાખવી, એટલે કામમાં વધારે સરલતા રહેશે. જેને ૩ વડે મૌખિક ભાગાકાર કરવાનો અભ્યાસ છે, તેઓ તો અહીં મનથી આટલાં જ પદ માંડશે : $\frac{૭૨}{૨૪}$ $\frac{૪૫}{૧૫}$

૭૨ અને ૪૫ એ બને સંખ્યાઓ ૩ વડે ભાજ્ય છે, એટલે મનમા એ પ્રશ્ન કરવાનો કે 'કેટલા તેરી બોતેર ?' તેનો જવાબ તરત મળવાનો કે 'ચોવીશ તેરી બોંતેર.' અને 'કેટલા તેરી પીસ્તાળીશ ?' એનો જવાબ તરત જ મળવાનો

કે 'પંદર તેરી પીસ્તાલીશ.' અહીં પણ આંક ઘણા ઉપયોગી નીવડે છે.

૩-સાડાસાત વડે ભાગવાની રીત

કોઈ પણ સંખ્યાને $૭\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગવી હોય તો તેના અપૂર્ણાંક $\frac{૧૫}{૨}$ કરી તેને અવળી કરવામાં આવે છે, તેનો અર્થ એ છે કે ભાજ્ય રકમને ૨ વડે ગુણવી અને ૧૫ વડે ભાગવી, એટલે તેનો જવાબ $૭\frac{૧}{૨}$ થી ગુણ્યા બરાબર આવે. જેમકે—

$$૩૦ \div ૭\frac{૧}{૨}$$
$$= ૩૦ \div \frac{૧૫}{૨}$$
$$= \frac{૩૦}{૧} \times \frac{૨}{૧૫} = \frac{૬૦}{૧૫} = ૪$$

પરંતુ આવો દાખલો ગણવાની સહેલી રીત એ છે કે ભાજ્ય સંખ્યાને ૪ વડે ગુણવી અને તેને ૩૦ વડે ભાગવી. તેનું પરિણામ $૭\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગ્યા બરાબર જ આવે. આ રીતે અહીં ૩૦ × ૪ = ૧૨૦ ÷ ૩૦ = ૪ એવો મૌખિક જવાબ ઘણી ઝડપથી આપી શકાશે.

ધારો કે ૧૩૩૫ ને ૭॥ વડે ભાગવા છે, તો બમણા કરીને પંદર વડે ભાગવામાં મહેનત છે. જેમકે ૨૬૭૦ ÷ ૧૫. આનો મૌખિક ભાગાકાર કરતાં ત્રણ પદ માંડવા પડે અને તેમાં ઘણી સાવધાની રાખવી પડે. તેના કરતાં ૫૩૪૦ કરીને ૩૦ થી ભાગવા શું ખોટા ? એમાં ખરી રીતે તો ૫૩૪ ને ૩ વડે જ ભાગવાના છે અને તે સહેલાઈથી ભાગી શકાય છે. એ રીતે તેનો જવાબ ૧૭૮ આવવાનો.

ભાગાકારમાં ઘણી વખત શેષ વધતા હોય છે. તેવી રકમને પણ ૭$\frac{૧}{૨}$ વડે આ જ રીતે ભાગી શકાય. જેમકે ૨૭૫ ને ૭॥ વડે ભાગવા છે, તો—

ચાલુ પદ્ધતિ

$$૨૭૫ \div ૭\frac{૧}{૨}$$
$$= ૨૭૫ \div \frac{૧૫}{૨}$$
$$= \frac{૨૭૫}{૧} \times \frac{૨}{૧૫} = \frac{૫૫૦}{૧૫} = \frac{૧૧૦}{૩} = ૩૬\frac{૨}{૩}$$

ટૂંકી રીત

$$૨૭૫ \times ૪ = ૧૧૦૦ \div ૩૦ = ૧૧૦ \div ૩ = ૩૬\frac{૨}{૩}$$

૪–સાડા બાર વડે ભાગવાની રીત

કોઈ પણ સંખ્યાને સાડા બાર વડે ભાગવાનું કામ કઠિન તો છે જ, પણ તેને સરલ બનાવવું હોય તો બનાવી શકાય છે. તે માટે આટલું જ કરવાનું કે ભાજ્ય રકમને ૮ વડે ગુણવી અને તેને ૧૦૦ વડે ભાગવી. આઠ વડે ગુણવાનું કામ સહેલું છે અને ૧૦૦ વડે ભાગવાનું કામ તો તેથી પણ સહેલું છે. જો ભાજ્ય રકમના છેડે બે શૂન્ય હોય તો તેને ઉડાવી દેવાથી જ ૧૦૦ નો ભાગાકાર થઈ જાય છે.

આ રીતે ૪૫૦ ને ૧૨$\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગવા હોય તો આ પ્રમાણે ભાગી શકાય :

$$૪૫૦ \times ૮ = ૩૬૦૦ - ૧૦૦ = ૩૬$$

અથવા ૧૪૦૦ ને ૧૨$\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગવા હોય તો આ પ્રમાણે ભાગી શકાય :

૧૪૦૦ × ૮ = ૧૧૨૦૦ ÷ ૧૦૦ = ૧૧૨

શું ચાલુ પદ્ધતિના ભાગાકાર કરતાં આમાં સરળતા નથી?

અહીં ૨૩૫ તથા ૨૭૦ ની સંખ્યાઓને આ રીત પ્રમાણે ૧૨$\frac{૧}{૨}$ થી ભાગી બતાવી છે:

૨૩૫ × ૮ = ૧૮૮૦ ÷ ૧૦૦ = ૧૮$\frac{૮૦}{૧૦૦}$ = ૧૮$\frac{૪}{૫}$.

૨૭૦ × ૮ = ૨૧૬૦ ÷ ૧૦૦ = ૨૧$\frac{૬૦}{૧૦૦}$ = ૨૧$\frac{૩}{૫}$.

આ રીત ચાલુ પદ્ધતિ કરતાં વધારે સરસ છે અને જવાબ ઝડપથી લાવી શકે છે.

૫–સાડી સાડત્રીશ વડે ભાગવાની રીત

કોઈ પણ સંખ્યાને ૫, ૧૫, ૭$\frac{૧}{૨}$ અને ૧૨$\frac{૧}{૨}$ વડે કેમ ભાગવી? તે જોઈ ગયા. તેમાં જે પ્રકારની રીતો અજમાવી છે, તેવી જ રીત ૩૭$\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગવામાં અજમાવવાની છે. ૩૦૦ ÷ ૮ = ૩૭$\frac{૧}{૨}$ એ પરથી એટલું નક્કી કે કોઈ પણ સંખ્યાને ૮ વડે ગુણીને ૩૦૦ વડે ભાગીએ તો તેનું પરિણામ ૩૭$\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગ્યા બરાબર આવે. દાખલા તરીકે ૭૫ ને ૩૭$\frac{૧}{૨}$ થી ભાગીએ તો જવાબમાં ૨ આવે છે અને ૭૫ ને ૮ વડે ગુણી ૬૦૦ બનાવીએ અને ૩૦૦ વડે ભાગીએ તો પણ જવાબ ૨ જ આવે છે. મુખ્ય વાત એ છે કે ભાજ્ય તથા ભાજકને જો દશના પાયાવાળી રકમમાં પરિણત કરીએ તો આપણું કામ સરલ બની જાય છે. તે માટે જ અહીં ૮ થી ગુણીને ૩૦૦ વડે ભાગવાની હિમાયત કરવામાં આવી છે. નીચેના બે દાખલાઓમાં પણ આ રીતની અજમાયશ

કરી છે, તે જુઓ, એટલે તેમાં રહેલી સરલતા તરત ધ્યાનમાં આવશે.

(૧) ૧૩૫૦ ÷ ૩૭$\frac{૧}{૨}$

૧૩૫૦ × ૮ = ૧૦૮૦૦ ÷ ૩૦૦ = ૩૬

(૨) ૨૦૫૦ ÷ ૩૭$\frac{૧}{૨}$

૨૦૫૦ × ૮ = ૧૬૪૦૦ ÷ ૩૦૦ = ૫૪$\frac{૨૦૦}{૩૦૦}$ = ૫૪$\frac{૨}{૩}$

બળદગાડી કામ આપતી હતી, પણ તે ધીમી લાગી, એટલે લોકોએ ઘોડાગાડી શોધી કાઢી; અને ઘોડાગાડી ધીમી લાગી ત્યારે આગગાડી શોધી કાઢી. વળી આગગાડી ધીમી લાગી ત્યારે મોટર સુધી પહોંચ્યા. એટલે એક રીત લાંબી કે કઠિન લાગતી હોય તો ટૂંકી અને સહેલી રીત શોધી કાઢવાનો પ્રયત્ન કરવો જોઇએ. તેમાં જ માનવપુરુષાર્થની સાર્થકતા છે.

૬–સાડી બાસઠ વડે ભાગવાની રીત

તમે કહેશો કે ૩૭$\frac{૧}{૨}$ તો ઠીક, પણ ૬૨$\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગવાનું કામ ખરેખર કઠિન છે! પરંતુ બુદ્ધિમાન મનુષ્યોએ તેનો પણ ઉપાય શોધ્યો છે. જેમ હિંગાષ્ટક ચૂર્ણ અજીર્ણ, અપચો તથા અરુચિ દૂર કરીને ભૂખ જગાડે છે, તેમ આ ઉપાય ૬૨$\frac{૧}{૨}$ના ભાગાકારમાં રહેલી કઠિનાઈ દૂર કરીને તેનો માર્ગ સરલ બનાવી દે છે એ તો તમે કબૂલ કરશો કે ૫૦૦ ÷ ૮ = ૬૨$\frac{૧}{૨}$, એટલે કોઈ પણ રકમને ૮ વડે ગુણીએ

અને ૫૦૦ વડે ભાગીએ તો તેનું પરિણામ ૬૨$\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગ્યા બરાબર આવે.

દાખલા તરીકે ૧૨૫ ને ૬૨$\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગીએ તો જવાબમાં ૨ આવે છે અને તેને ૧૨૫ × ૮ = ૧૦૦૦ કરીને ૫૦૦ વડે ભાગીએ તો પણ જવાબમાં ૨ જ આવે છે. પરંતુ પ્રથમની રીત કરતાં બીજી રીતમાં સરલતા રહેલી છે અને તે જ કારણે અમે તેનો ઉપયોગ કરવાની ભલામણ કરીએ છીએ.

દાખલો · ૯૩૭$\frac{૧}{૨}$ ને ૬૨$\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગો.

આ દાખલામા નીચેનાં પદો મંડાશે ·

૯૩૭$\frac{૧}{૨}$ × ૮ = ૭૫૦૦ ÷ ૫૦૦ = ૧૫

શું આમાં પ્રથમની રીત કરતાં સરલતા નથી ?

દાખલો : ૪૦૫૦ ને ૬૨$\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગો.

આ દાખલામા નીચેનાં પદો મંડાશે :

૪૦૪૫ × ૮ = ૩૨૩૬૦ ÷ ૫૦૦ = ૬૪$\frac{૩૬૦}{૫૦૦}$ = ૬૪$\frac{૧૮}{૨૫}$

૭–એક સો સાડી બાર વડે ભાગવાની રીત

આંકડો એકદમ મોટો જોઈને મુંઝાવાની જરૂર નથી. તેને માટે પણ એક સહેલી રીત નિર્માણ કરવામાં આવી છે. કોઈ પણ સંખ્યાને ૮ વડે ગુણીએ અને ૯૦૦ વડે ભાગીએ તો તેનું પરિણામ તેને ૧૧૨$\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગ્યા બરાબર આવે. ૯૦૦ ÷ ૮ = ૧૧૨$\frac{૧}{૨}$ એ તેનો સીધો હિસાબ છે. આ રીતે ૩૮૨૫ ને ૧૧૨$\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગવા હોય તો આ રીતે ભગાશે :

૩૮૨૫ × ૮ = ૩૦૬૦૦ ÷ ૯૦૦ = ૩૪.

આમાં કોઈ મુશ્કેલી કે અગવડ નડી ખરી ? હજી એક બીજો હિસાબ આ રીતે ગણી જુઓ. ૧૭૭૫ – ૧૧૨½.

૧૭૭૫ × ૮ = ૧૪૨૦૦ – ૯૦૦ = ૧૫$\frac{૭૦૦}{૯૦૦}$ = ૧૫$\frac{૭}{૯}$.

ખરેખર ! આ રીત ટૂંકી અને સહેલી છે,

૮–ભાજ્ય–ભાજક બમણા કરવાની રીત

આપણા રોજિંદા વ્યવહારમાં ઘણીએ વખત ૧½, ૨½, ૩½, ૪½, ૫½ આદિ વડે ભાગવાના પ્રસંગો આવે છે. ત્યાં કેટલાક મુંઝવણ અનુભવે છે, પણ આ પ્રકારના ભાગાકારોને બેવડાની રીતથી સહેલા બનાવી શકાય છે. બેવડાની રીત એટલે ભાજ્ય તથા ભાજક બંનેને બેવડા કરી નાખવા. આથી ભાજકના છેડે રહેલું ½ નું વળગણ દૂર થઈ જાય છે અને ભાગવામાં સરલતા રહે છે. જેમકે—

(૧) ૩૬ – ૧½ તો
૩૬ × ૨ = ૭૨ ÷ ૩ = ૨૪.

(૨) ૮૧ – ૧½ તો
૮૧ × ૨ = ૧૬૨ ÷ ૩ = ૫૪.

(૩) ૨૭½ ÷ ૨½ તો
૨૭½ × ૨ = ૫૫ – ૫ = ૧૧.

(૪) ૩૭½ ÷ ૨½ તો
૩૭½ × ૨ = ૭૫ ÷ ૫ = ૧૫.

(૫) ૨૮ – ૩½ તો
૨૮ × ૨ = ૫૬ ÷ ૭ = ૮.

(૬) ૨૧૭ ÷ ૩½ તો
૨૧૭ × ૨ = ૪૩૪ ÷ ૭ = ૬૨.

(૭) ૪૦½ ÷ ૪½ તો
૪૦½ × ૨ = ૮૧ ÷ ૯ = ૯.

(૮) ૯૯ – ૪½ તો
૯૯ × ૨ = ૧૯૮ – ૯ = ૨૨.

(૯) ૨૪૨ ÷ ૫½ તો
૨૪૨ × ૨ = ૪૮૪ – ૧૧ = ૪૪.

કોઈ પણ સંખ્યાને ૧½, ૨½, ૩½ વગેરે વડે બીજી રીતે પણ સરલતાથી ભાગી શકાય છે. જેમકે કોઈ રકમને ૧½ વડે ભાગવી છે, તો ભાજ્યને ૩ વડે ભાગવા અને ૨ થી ગુણવા જે સંખ્યા ૩ થી ભાજ્ય હોય ત્યાં આ રીત ખૂબ સહેલી પડે છે દાખલા તરીકે ૭½ ને ૧½ વડે ભાગવા છે, તો ૭½ – ૩ = ૨½ × ૨ = ૫. ૩૦ ને ૧½ વડે ભાગવા છે, તો ૩૦ – ૩ = ૧૦ × ૨ = ૨૦.

૨½ એ ૧૦ નો ચોથો ભાગ હોવાથી કોઈ પણ રકમને ૪ વડે ગુણીને ૧૦ વડે ભાગીએ તો પણ પરિણામ ૨½ વડે ભાગવા બરાબર આવે છે. દાખલા તરીકે ૩૭½ ને ૨½ વડે ભાગવાના છે તો ૩૭½ = ૪ = ૨૫૦ ÷ ૧૦ = ૧૫ ૧૦૫ ને ૨½ વડે ભાગવા છે, તો ૧૦૫ × ૪ = ૪૨૦ – ૧૦ = ૪૨.

કોઈ સખ્યાને ૭ વડે ભાગીને ૨ વડે ગુણીએ તો પરિણામ ૩½ જેટલું જ આવે. જો ભાજ્ય સંખ્યા ૭ થી

ભાગી શકાય એવી હોય તો આ રીત જરૂર અજમાવવી. જેમકે—૩૬૪ ને ૩$\frac{૧}{૨}$ વડે ભાગવા છે, તો

૩૬૪ ÷ ૭ = ૫૨ × ૨ = ૧૦૪.

૪૩૪ ÷ ૩$\frac{૧}{૨}$ તો ૪૩૪ ÷ ૭ = ૬૨ × ૨ = ૧૨૪.

૯—ભાજ્ય-ભાજકને અરધા કરવાની રીત

ભાગાકારની સરલતા ખાતર ભાજ્ય-ભાજકને બમણા કરવાની રીત જોઈ ગયા. હવે ભાગાકારને સરલ બનાવવા માટે તેનાથી ઉલટી એટલે ભાજ્ય-ભાજકને અરધા કરવાની રીત જોઈએ.

૧૧૨ ને ૧૪ વડે ભાગવાના હોય તેના કરતાં ૫૬ ને ૭ વડે ભાગવાનું કામ સરલ કે નહિ? ૫૬ – ૭ = ૮. તે જ રીતે ૧૯૨ ને ૨૪ વડે ભાગવા કરતાં ૯૬ ને ૧૨ વડે ભાગવાનુ કામ સરલ કે નહિ? ૯૬ – ૧૨ = ૮. વળી ૯૬ ને ૧૨ વડે ભાગીએ તેના કરતાં ૪૮ ને ૬ વડે ભાગવાનું હોય તો તેથી પણ સરલ પડે. ૪૮ ÷ ૬ = ૮. અને ૨૪ ને ૩ વડે ભાગવાના હોય તો? તેનો જવાબ આપતાં જરાય વિલંબ થાય નહિ. ૨૪ – ૩ = ૮. એટલે અરધાના અરધા અને તેના પણ અરધા થતા હોય ત્યાં સુધી કરતા જવું અને છેવટે જે સંખ્યા આવે તેનો ભાગાકાર કરવો, એ વધારે સગવડભરેલું છે.

૧૨૬૭૨ ને ૬૪ વડે ભાગવા હોય તો તમે કાગળ-પેનસીલની સહાય લીધા વિના માત્ર મૌખિક ગણતરીથી ભાગી શકો ખરા? ઘણા થોડા જણ આવી હિંમત કરશે.

પરંતુ નીચે પ્રમાણે ભાજ્ય-ભાજકને અરધા કરતા જાઓ તો કામ સાવ સહેલું બની જશે. જેમકે—

૧૨૬૭૨ ÷ ૬૪
૬૩૩૬ — ૩૨
૩૧૬૮ ÷ ૧૬
૧૫૮૪ ÷ ૮
૭૯૨ — ૪
૩૯૬ — ૨

અહીં તમે તરત જ જવાબ આપી દેશો : ૧૯૮.

૧૦–ભાજ્ય-ભાજકને ઘટાડવાની રીત

ભાજ્ય-ભાજકને અરધા કરવાની રીત જોઈ ગયા હવે તેને જ મળતી બીજી રીત જોઈએ. તેમાં ભાજ્ય અને ભાજક રકમોનો સંયોગો અનુસાર ત્રીજો, ચોથો કે પાંચમો ભાગ કરવાનો હોય છે. દાખલા તરીકે ૪૯૫ ને ૩૩ વડે ભાગવાના હોય તો બંનેનો ત્રીજો ભાગ કરવો તે ૧૬૫ અને ૧૧ આવે. પછીનું કામ સહેલું છે. તાત્પર્ય કે તેના જવાબમાં તમે ૧૫ ની સંખ્યા તરત જ રજૂ કરી શકો.

અથવા ૧૨૯૬ ને ૨૭ થી ભાગવા હોય તો કામ કઠિન લાગે, પણ તે બંનેને ૩ વડે ભાગીએ તો ૪૩૨ અને ૯ આવે. પછી તેનો જવાબ આપતાં વાર લાગે ખરી? ૪૩૨ ÷ ૯ = ૪૮ એમ તરત કહી શકો.

જો ૧૨૭૬ ને ૪૪ થી ભાગવા હોય તો ભાજ્ય અને

ભાજક બંનેનો ચોથો ભાગ કરવો. અહીં ૪૪ ની સંખ્યા પ્રથમ નજરે જ ૪ વડે ભગાય એવી લાગે છે અને ૧૨૭૬ ના છેલ્લા બે અંકો ૪ વડે ભાજ્ય હોવાથી તેનો પણ ચોથો ભાગ થઈ શકે એવો છે. આ રીતે અહીં ૩૧૯ અને ૧૧ આવે. પછી તેનો ભાગાકાર કરવામાં કંઈ જ તકલીફ નથી. તેના જવાબમાં તરત જ ૨૯ રજૂ કરી શકીએ.

અથવા ૧૨૪૮ ને ૫૨ થી ભાગવા હોય તો ભાજ્ય અને ભાજકનો ચોથો ભાગ કરવો. તે ૩૧૨ અને ૧૩ આવે. તેનો ભાગાકાર તરત જ થઈ શકે. ૩૧૨ ÷ ૧૩ = ૨૪.

જો ૧૬૪૫ને ૩૫થી ભાગવા હોય તો બંનેનો પાંચમો ભાગ કરવો અને પછી ભાગાકાર કરવો, એ વધારે સહેલું છે. આ રીતે ૧૬૪૫ ના ૩૨૯ અને ૩૫ ના ૭ આવે. શું ૩૨૯ની સંખ્યાને તમે ૭ વડે સહેલાઈથી ભાગી ન શકો? ૩૨૯ ÷ ૭ = ૪૭.

આ રીતે સંયોગો અનુસાર ભાજ્ય તથા ભાજકને ઘટાડવાથી ભાગાકારનુ કામ સહેલું બને છે, એટલે જ્યાં એવી શક્યતા હોય ત્યાં આ રીત અવશ્ય અજમાવવી.

૧૧–અવયવથી ભાગવાની રીત

અવયવથી ગુણાકાર કરતાં ગુણવાનું કામ સહેલું બને છે, તેમ અવયવથી ભાગાકાર કરતાં ભાગવાનું કામ સહેલું બને છે. એક સંખ્યાને ૨૪થી ભાગીએ તેના કરતા ૪ વડે ભાગીએ એ કામ સહેલું તો ખરું જ ને? પછી ૬ વડે ભાગીએ એમાં પણ એટલી જ સરલતા છે. ધારો કે ૩૨૬૪

ને ૨૪ વડે ભાગવા છે, તો ચાલુ પદ્ધતિ અને અવયવની રીત બંનેની અજમાયશ કરી જુઓ, એટલે બીજી રીતની સરલતા તમારા ધ્યાનમાં આવી જશે.

ચાલુ પદ્ધતિ	અવયવની રીત
૨૪) ૩૨૬૪ (૧૩૬	૪) ૩૨૬૪ (૮૧૬
૨૪	૬) ૮૧૬ (૧૩૬ જવાબ
૦૮૬	
૭૨	
૧૪૪	
૧૪૪	
૦૦૦	

ધારો કે ભાજક સંખ્યા ૬૪ છે, તો ત્યાં ૬૪ વડે ભાગો તેના કરતાં ૮ વડે બે વાર ભાગો તે શું ખોટું ? ત્યાં તમારે આટલું જ કરવાનું કે:

૮) ૪૫૪૪ (૫૬૮
૮) ૫૬૮ (૭૧ જવાબ

શું આમાં ચાલુ પદ્ધતિ કરતાં સરલતા નથી ?

હજી એક બીજો દાખલો જુઓ. તેમાં ૧૦૨૪૮૭ ને ૧૩૩૧ થી ભાગવાના છે, તો ત્યાં સીધો ભાગાકાર માંડતા તમે જરૂર વિચારમાં પડશો. કેટલાક માથું પણ ખજવાળશે, પરંતુ અહીં અવયવનો ઉપયોગ કરો તો બધી કઠિનાઈ દૂર થઈ જશે અને કામ સહેલું સટ બની જશે. ૧૧ × ૧૧ ×

૧૧ = ૧૩૩૧ એટલે ૧૦૨૪૮૭ ને ત્રણ વખત ૧૧ થી ભાગવા જોઈએ. તે આ રીતે ભગાશે :

૧૧) ૧૦૨૪૮૭ (૯૩૧૭
૧૧) ૯૩૧૭ (૮૪૭
૧૧) ૮૪૭ (૭૭ જવાબ.

એક જ સંખ્યાના ઘણા અવયવો પડતા હોય ત્યાં કયો અવયવ વધારે અનુકૂળ પડશે, એનો નિર્ણય કરી લેવામાં જ ખરી બાહોશી છે. અહીં એટલું ધ્યાન રાખવું કે પ્રથમ નાના અવયવથી ભાગવા અને પછી મોટા અવયવથી ભાગવા, તો ભાગાકારમાં વધારે સરલતા રહે. દાખલા તરીકે ૩૨૬૪ ને ૨૪ વડે ભાગવાના હતા, ત્યાં ૪ અને ૬ એવા બે અવયવો પાડીને કામ લીધું. અહીં ૬ અને ૪ એવા અવયવો પડી શકે અને ઘણા ખરા એ જ પ્રમાણે પાડે, પણ આ રીતે ભાગાકાર કરી જોવાથી જ ખબર પડશે કે બેમાં કઈ રીત વધારે સહેલી છે ?

૬) ૩૨૬૪ (૫૪૪
૪) ૫૪૪ (૧૩૬

પરંતુ અહીં એમ દેખાતું હોય કે અમુક અવયવ વડે પ્રથમ ભાગવાથી વધારે સરલતા રહેશે, તો તેમ કરવામાં કંઈજ હરકત નથી. એ પ્રમાણે ભાગાકાર કરી શકાય છે.

卐

[૧૯]

ભાગાકાર અંગે વિશેષ

ભાગાકારની કેટલીક ટૂંકી અને સહેલી રીતો જોઈ ગયા. હવે બીજી કેટલીક બાબતો પર એક દૃષ્ટિપાત કરી લઈએ. અનુભવીઓએ કહ્યું છે કે 'જેટલું નાહ્યા, તેટલું પુણ્ય.' અમે અહીં એમ કહીએ છીએ કે 'જેટલું શીખ્યા, તેટલું લાભમાં.' કોઈ વાર તદ્દન નાની અને સામાન્ય દેખાતી રીત પણ આપણું કામ સરલ બનાવી દે છે.

ઘણી વાર ૧$\frac{૧}{૪}$, ૨$\frac{૧}{૪}$, ૩$\frac{૧}{૪}$ આદિ સંખ્યાઓ વડે ભાગવાના પ્રસંગ આવે છે, ત્યાં આ રકમોને અપૂર્ણાંકનું પૂરું રૂપ આપીને ઉલટાવી નાખવી અને તેનો ભાજ્ય સંખ્યા સાથે ગુણાકાર કરવો, એટલે કામ સરલ બની જાય છે. દાખલા તરીકે ૨૦ ને ૧$\frac{૧}{૪}$ વડે ભાગવા છે, તો ત્યાં આ પ્રમાણે પદ માંડવાં :

$$૨૦ \div ૧\frac{૧}{૪}$$
$$= ૨૦ \div \frac{૫}{૪}$$
$$= \frac{૨૦}{૧} \times \frac{૪}{૫} = \frac{૮૦}{૫} = ૧૬ \text{ જવાબ.}$$

અથવા ૧૮ ને ૨$\frac{૧}{૪}$ વડે ભાગવા છે, તો આ પ્રમાણે પદો માંડવાં :

$$૧૮ - ૨\frac{૧}{૪}$$
$$= ૧૮ \div \frac{૯}{૪}$$
$$= \frac{૧૮}{૧} \times \frac{૪}{૯} = \frac{૭૨}{૯} = ૮ \text{ જવાબ}$$

અથવા ૩૯ ને ૩$\frac{૧}{૪}$ વડે ભાગવા છે, તો આ પ્રમાણે પદો માંડવાં :

$$૩૯ - ૩\frac{૧}{૪}$$
$$= ૩૯ - \frac{૧૩}{૪}$$
$$= \frac{૩૯}{૧} \times \frac{૪}{૧૩} \times \frac{૧૫૬}{૧૩} = ૧૨ \text{ જવાબ.}$$

$\frac{૧}{૩}$ તથા $\frac{૨}{૩}$ ના વળગણવાળા ભાગાકારો પણ આજ રીતે કરવાના. જેમકે ૧૨ ને ૧$\frac{૧}{૩}$ વડે ભાગવા છે, તો

$$૧૨ - ૧\frac{૧}{૩}$$
$$= ૧૨ - \frac{૩}{૪}$$
$$= \frac{૧૨}{૧} \times \frac{૩}{૪} = \frac{૩૬}{૪} = ૯$$

અથવા ૧૬ ને ૨$\frac{૨}{૩}$ વડે ભાગવા છે, તો

$$૧૬ \div ૨\frac{૨}{૩}$$
$$= ૧૬ - \frac{૮}{૩}$$
$$= \frac{૧૬}{૧} \times \frac{૩}{૮} = \frac{૪૮}{૮} = ૬.$$

આ બધા દાખલાઓ મૌખિક ગણી શકાય એવા છે. અહીં ૩$\frac{૧}{૩}$ તથા ૬$\frac{૨}{૩}$ અંગે એટલું જણાવી દઈએ કે તેના ભાગાકારો તો ઘણા જ સહેલા છે. જ્યારે કોઈ પણ સંખ્યાને ૩$\frac{૧}{૩}$ વડે ભાગવી હોય ત્યારે તેને ૩ વડે ગુણીને ૧૦ થી

ભાગવી. જેમકે ૫૦ ને ૩$\frac{૧}{૩}$ વડે ભાગવા છે, તો ૫૦ × ૩ = ૧૫૦ ÷ ૧૦ = ૧૫, અથવા ૬૦ ને ૩$\frac{૧}{૩}$ વડે ગુણવા છે તો ૬૦ × ૩ = ૧૮૦ – ૧૦ = ૧૮ આજ રીતે ૬$\frac{૨}{૩}$ વડે કોઈ રકમને ભાગવી હોય તો તેને ૩ વડે ગુણીને ૨૦ વડે ભાગવી. જેમ કે ૪૦ ને ૬$\frac{૨}{૩}$ વડે ભાગવા છે, તો ૪૦ × ૩ = ૧૨૦ ÷ ૨૦ = ૬. અથવા ૭૦ને ૬$\frac{૨}{૩}$ વડે ભાગવા છે, તો ૭૦ × ૩ = ૨૧૦ ÷ ૨૦ = ૧૦$\frac{૧૦}{૨૦}$ = ૧૦$\frac{૧}{૨}$.

જ્યારે ભાગાકારમાં નીચે શૂન્ય વધે, ત્યારે એ ભાગાકાર નિ:શેષ કહેવાય છે, કારણ કે તેમાં ખરેખર કંઈ વધતું નથી. ત્યાં ૦ લખાય છે, તે માત્ર સમજવા માટે લખાય છે. દાખલા તરીકે ૨૪ને ૬ વડે ભાગીએ તો ભાગમાં ૪ આવે છે અને શેષમાં ૦ લખાય છે, તો એ નિ:શેષ ભાગાકાર કહેવાય.

આ જ વસ્તુને બીજી રીતે કહેવી હોય તો એમ કહી શકાય કે જ્યારે ભાજક વડે પૂરો ભાગ ચાલે, ત્યારે ભાગાકાર નિ શેષ બને છે. ૨૪ ને ૬ વડે ભાગતાં ભાગમા ૪ આવે છે. તેનો અને ૬ નો ગુણાકાર કરીએ તો ૨૪ ની સંખ્યા આવે છે અહીં ભાજ્ય ૨૪ છે અને બાદ કરવાની રકમ પણ ૨૪ છે, એટલે પૂરો ભાગ ચાલે છે અને તે કારણે કંઈ શેષ રહેતું નથી

એક ભાગાકાર નિ:શેષ થશે કે કેમ ? તે જાણવાની કેટલીક તરકીબો છે. તે આ પ્રમાણે :—

(૧) જો ભાજક રકમ ૨ હોય અને ભાજ્ય રકમના છેડે બેકી અંક આવેલો હોય તો એ ભાગાકાર નિઃશેષ થાય. જેમ કે–

```
૨ ) ૧૧૮ ( ૫૯
    ૧૦
    ──
    ૧૮
    ૧૮
    ──
    ૦૦
```

(૨) જો ભાજક રકમ ૩ હોય અને ભાજ્ય રકમના બધા અંકોનો સરવાળો કરતાં તેને ૩ વડે પૂરેપૂરો ભાગી શકાતો હોય તો એ ભાગાકાર નિ:શેષ થાય જેમ કે–

૩) ૨૭૯૧૫૬૪૨

અહીં આટલું કરવાનું = ૨ + ૭ + ૯ + ૧ + ૫ + ૬ + ૪ + ૨ = ૩૬. ૩૬ – ૩ = ૧૨ માટે આ ભાગાકાર નિ.શેષ થવાનો. તે તમે ગણી જુઓ.

(૩) જો ભાજક ૪ હોય અને ભાજ્ય રકમના છેડેના બે અંકોને ૪ વડે બરાબર ભાગી શકાતા હોય તો એ ભાગાકાર નિઃશેષ થાય. જેમ કે–

૪) ૨૩૫૪૪

અહીં ૪૪ ની સંખ્યા ૪ વડે પૂરેપૂરી ભાજ્ય છે, એટલે ભાગાકાર નિઃશેષ થાય. જેમ કે–

```
૪ ) ૨૩૫૪૪ ( ૫૮૮૬
    ૨૦
    ──
     ૩૫
     ૩૨
     ──
      ૩૪
      ૩૨
      ──
       ૨૪
       ૨૪
       ──
       ૦૦
```

(૪) જો ભાજક ૫ હોય અને ભાજ્ય સંખ્યાને છેડે ૫ કે ૦ હોય તો એ ભાગાકાર અવશ્ય નિઃશેષ થાય. જેમ કે—

```
૫ ) ૧૭૭૫ ( ૩૫૫        ૫ ) ૨૧૮૦ ( ૪૩૬
    ૧૫                    ૨૦
    ──                    ──
    ૨૭                    ૧૮
    ૨૫                    ૧૫
    ──                    ──
     ૨૫                    ૩૦
     ૨૫                    ૩૦
     ──                    ──
     ૦૦                    ૦૦
```

(૫) જો ભાજક ૬ હોય અને ભાજ્ય સંખ્યાના બધા

અંકોનો સરવાળો ૬ વડે પૂરેપૂરો ભાગી શકાતો હોય અથવા ૩ વડે ભાગી શકાતો હોય પણ છેડે એકી અંક હોય તો એ ભાગાકાર નિઃશેષ આવે. જેમ કે—

૬) ૭૨૩૮૪

અહીં ૭ + ૨ + ૩ + ૮ + ૪ = ૨૪ થાય છે. હવે ૨૪ની સંખ્યા ૬ વડે પૂરેપૂરી ભાજ્ય છે, એટલે આ ભાગાકાર નિ·શેષ થાય. અને ૨૪ ને ૩ વડે પૂરેપૂરા ભગાય છે તથા તેના છેડે એકી આંક છે, એટલે પણ આ ભાગાકાર નિ·શેષ થાય.

૬) ૭૨૩૮૪ (૧૨૦૬૪
૬
———
૧૨
૧૨
———
૩૮
૩૬
———
૨૪
૨૪
———
૦૦

(૬) જો ભાજક ૮ હોય અને ભાજ્ય સંખ્યાના છેલ્લા .વડે પૂરેપૂરા ભગાતા હોય તો ભાગાકાર નિ·શેષ

થાય. જેમ કે–

૮) ૯૧૨૮

અહીં ૧૨૮ એ ૮ વડે પૂરેપૂરા ભાજ્ય છે, તેથી ભાગાકાર નિઃશેષ થવાનો. ખાતરી માટે તેને ચાલુ પદ્ધતિએ ભાગી જુઓ.

```
૮)૯૧૨૮(૧૧૪૧
  ૮
 ───
  ૧૧
   ૮
  ───
   ૩૨
   ૩૨
   ───
    ૦૮
     ૮
    ───
     ૦
```

(૭) જો ભાજક સંખ્યા ૯ હોય અને ભાજ્યના આંકડાનો સરવાળો ૯ વડે પૂરેપૂરો ભાગી શકાતો હોય તો એ ભાગાકાર નિઃશેષ થાય જેમ કે–

૯)૨૩૫૫૮૨૧૧

૨ + ૩ + ૫ + ૫ + ૮ + ૨ + ૧ + ૧ = ૨૭ ÷ ૯ = ૩.

એટલે આ ભાગાકાર નિઃશેષ થવાનો. જેમ કે–

```
૯)૨૩૫૫૮૨૧૧(૨૬૧૭૫૭૯
  ૧૮
  ---
   ૫૫
   ૫૪
   ---
    ૧૫
     ૯
    ---
     ૬૮
     ૬૩
     ---
      ૫૨
      ૪૫
      ---
       ૭૧
       ૬૩
       ---
        ૮૧
        ૮૧
        ---
        ૦૦
```

(૮) જો ભાજક ૧૦ હોય અને ભાજ્ય સંખ્યાના છેડે ૦ હોય તો એ ભાગાકાર નિ શેષ થાય. જેમકે ૭૨૦ — ૧૦ = ૭૨. આમાં કંઈ શેષ વધતું નથી.

(૯) જો ભાજક ૧૧ હોય તો નીચેની રીત અજમાવવામાં આવે છે. પ્રથમ ભાજ્ય સંખ્યાના એકી અંકોનો સરવાળો કરવો અને પછી બેકી અંકોનો સરવાળો કરવો. પછી તે બંનેનો તફાવત કાઢવો. તેમા ૦ આવે કે ૧૧ આવે તો સમજવું કે ભાગાકાર નિઃશેષ થશે. દાખલા તરીકે—

૧૧)૮૬૭૧૦૮

અહીં ૮ + ૭ + ૦ = ૧૫ એકી અંકોનો સરવાળો.

૬ + ૧ + ૮ = ૧૫ બેકી અંકોનો સરવાળો.

૧૫ − ૧૫ = ૦ એટલે આ ભાગાકાર નિઃશેષ થાય.

```
૧૧ )૮૬૭૧૦૮ (૭૮૮૨૮
    ૭૭
    ---
     ૯૭
     ૮૮
     ---
      ૯૧
      ૮૮
      ---
       ૩૦
       ૨૨
       ---
        ૮૮
        ૮૮
        ---
        ૦૦
```

ધારો કે અહીં ૧૧)૧૯૨૧૬ છે, તો આ ભાગાકાર નિશેષ થશે કે કેમ ? તે જાણવા માટે ઉપરનો નિયમ અજમાવીએ.

૧ + ૨ + ૬ = ૯ એકી અંકોનો સરવાળો

૯ + ૧ = ૧૦ બેકી અંકોનો સરવાળો

અહીં તફાવતમાં ૧ રહે છે, તેથી આ ભાગાકાર નિઃશેષ 'થાય નહિ.

```
૧૧ )૧૯૨૧૬ (૧૭૪૬
    ૧૧
    ──
     ૮૨
     ૭૭
     ──
      ૫૧
      ૪૪
      ──
       ૭૬
       ૬૬
       ──
       ૧૦
```

સંઘરેલો સાપ પણ કામ લાગે છે, તો સંઘરેલી સિદ્ધ રીતો કામ કેમ ન લાગે? તે પ્રસંગે જરૂર કામ લાગવાની અને તમારું કામ સરલ કરી આપવાની.



[૨૦]

ભાગાકારનો સંક્ષેપ અને ચકાસણી

ભાગાકારની ચાલુ પદ્ધતિનો સંક્ષેપ કરવો હોય તો અમુક પ્રમાણમાં થઈ શકે એવો છે. દાખલા તરીકે ચાલુ પદ્ધતિમાં ભાગની રકમ જમણા હાથ તરફ મૂકવામાં આવે છે, તેના બદલે ભાજ્ય રકમના મથાળે મૂકી શકાય. જેમકે—

```
      ૨૧૪૬
 ૩૭ )૭૯૪૦૨
     ૭૪
     ───
      ૫૪
      ૩૭
      ───
      ૧૭૦
      ૧૪૮
      ───
       ૨૨૨
       ૨૨૨
       ───
       ૦૦૦
```

આમાં ભાગાકારની પહોળાઈ ઘટે છે અને ભાગાકારનો

જવાબ કેટલા આંકડાનો આવશે, તે સમજી શકાય છે. દાખલા તરીકે અહીં ૯ ના ઉપર ભાગનો પ્રથમ અંક ચડયો, એટલે તેને પ્રથમ અંક ગણી બાકીના અંકોની ગણના કરતાં કુલ ૪ આંકડાનો જવાબ આવશે, એમ સમજી શકાય છે. ચાલુ પદ્ધતિમાં આ વસ્તુનો સ્પષ્ટ બોધ થતો નથી. યુરોપના કેટલાક દેશોમાં આ પદ્ધતિ ચાલુ છે, તેથી તેને ખંડપદ્ધતિ (Continental method) કહેવામા આવે છે.

ત્યાના લોકો આ ભાગાકારનો હજી વિશેષ સંક્ષેપ કરે છે, તે આ રીતે : તેમાથી ભાજક અને ભાગના ગુણાકારના આંકડા ઉડાવી દે છે અને જે રકમ બાકી રહે છે, તેટલી જ લખે છે. જેમકે—

```
      ૨૧૪૬
૩૭) ૭૯૪૦૨ (
    ————
     ૫૪
     ————
      ૧૭૦
      ————
       ૨૨૨
```

૩૭ × ૨ = ૭૪ તો એ યાદ રાખી લીધા અને ૭૯ − ૭૪ = ૫ તે ભાગાકારમાં લખ્યા. પછી તેના પર ભાજકનો ૪ ચડાવ્યો, એટલે ૫૪ થયા, જે આપણે ભાગાકારમાં જોઈ શકીએ છીએ.

તેનો ભાગ ૧ થી ચાલતાં ૩૭ આવ્યા, તે યાદ રાખ્યા અને ૫૪ માથી બાદ કરી બાકીના ૧૭ ભાગાકારમાં

લખ્યા. તેના પર ભાજ્યનું શૂન્ય ઉતાર્યું, એટલે ૧૭૦ થયા, તે ભાગાકારમાં જોઈ શકાય છે.

તેનો ભાગ ૪ થી ચાલતાં ૧૪૮ આવ્યા, તે યાદ રાખી ૧૭૦ માથી બાદ કર્યા અને બાકીના ૨૨ ભાગાકારમાં લખ્યા તેના પર ભાજ્યનો ૨ ઉતારતાં એ સંખ્યા ૨૨૨ ની બની, તે ભાગાકારમાં જોઇ શકાય છે.

તેનો ભાગ ૬ થી ચાલતાં ૨૨૨ આવ્યા, તે યાદ રાખી ૨૨૨ માથી બાદ કર્યા. શેષ કંઈ વધતું નથી, એટલે અહીં લખ્યું નથી. આ રીતે ભાગાકારમાથી પાંચ પદો ઓછા થતાં તેનો ખૂબ જ સંક્ષેપ થયો. નીચેના ભાગાકારમાં × મારી છે, તે પદો ભાગાકારમાંથી ઓછાં થયાં છે. ચાલુ પદ્ધતિ તથા સંક્ષેપપદ્ધતિવાળા ભાગાકારની સરખામણી થઈ શકે, તે માટે અહીં બંને ભાગાકાર સાથે આપ્યા છે.

```
૩૭) ૭૯૪૦૨ (૨૧૪૬
    ૭૪ ×
    ----
     ૫૪
     ૩૭ ×
    ----
     ૧૭૦
     ૧૪૮ ×
    -----
      ૨૨૨
      ૨૨૨ ×
     -----
      ૦૦૦ ×
```

```
        ૨૧૪૬
૩૭) ૭૯૪૦૨
    ----
     ૫૪
    ----
     ૧૭૦
     ----
      ૨૨૨
```

અમારો અનુભવ એમ કહે છે કે ભાગાકારની ચાલુ પદ્ધતિનો બરાબર અભ્યાસ થયા પછી ભાજ્ય–ભાજકની સંખ્યા પછી તરત જ જવાબના આંકડા મૂકી શકાય છે. જેમ કે–

૭૨૮ ÷ ૧૪ = ૫૨.

૫૩૭૯ ÷ ૧૧ = ૪૮૯.

૧૨૫૭૦ ÷ ૧૫ = ૮૩૮.

૬૩૦૧૮ ÷ ૨૭ = ૨૩૩૪.

આથી વિશેષ સંક્ષેપ શો હોઈ શકે? આમાં માત્ર જવાબનું જ પદ માંડેલું છે. તે સિવાય વચલું કોઈ પદ નથી.

જો ભાજકની સંખ્યા મોટી હોય તો આ રીતે સીધો જવાબ લખવાનું મુશ્કેલ પડે. ત્યાં પૂર્વે બતાવેલી કોઈ પણ રીત લાગુ કરી તેની સંખ્યા નાની બનાવીને આ રીત સીધો જવાબ લખી શકાય. જેમકે–

૫૨૧૩૨૮ ÷ ૧૨૮

૧૩૦૩૩૨ ÷ ૩૨

૩૨૫૮૩ ÷ ૮ = ૪૦૭૨ $\frac{૭}{૮}$

અહીં પ્રથમ બંને સંખ્યાનો ચોથો ભાગ કર્યો છે, જે સરલતાથી કરી શકાય છે. પછી પણ ચોથો ભાગ થઈ શકે એવું લાગતાં ફરી ચોથો ભાગ કર્યો છે. આ રીતે ભાજક તદ્દન નાનો બની જતાં તેની સામે સીધો જવાબ મૂકયો છે.

હવે ભાગાકારની ચકાસણી પર આવીએ. તે માટે ખાતરીભરેલી રીત એ છે કે ભાગ તથા ભાજકનો ગુણાકાર કરવો, પછી તેમા શેષસંખ્યા ઉમેરવી. તેનો સરવાળો અને ભાજ્ય સંખ્યા બરાબર મળી રહે તો સમજવું કે આ ભાગાકાર બરાબર છે. દાખલા તરીકે-

```
24) ૩૫૬૭૮ (૧૪૮૬
    ૨૪
    ---
    ૧૧૬
     ૯૬
    ---
     ૨૦૭
     ૧૯૨
     ---
      ૧૫૮
      ૧૪૪
      ---
       ૧૪ શેષ

   ૧૪૮૬ ભાગ
   × ૨૪ ભાજક
  --------
   ૫૯૪૪
  ૨૯૭૨×
  --------
  ૩૫૬૬૪
   + ૧૪ શેષ
  --------
   ૩૫૬૭૮ ભાજ્ય
```

અહીં ભાજ્ય રકમ બરાબર આવી ગઈ, એટલે ભાગાકાર સાચો સમજવો.

પરંતુ ચકાસણીની આ રીતને ટૂંકી કરવી હોય તો કરી શકાય છે. તે આ રીતે :

(૧) પ્રથમ એક ઊભી ચોકડી કરવી.

(૨) તેમાં જ્યાં क લખ્યું છે, ત્યાં ભાજકની રકમનો એકાંકી સરવાળો મૂકવો, ख લખ્યું છે ત્યા ભાગનો એકાંકી સરવાળો મૂકવો, ग લખ્યું છે ત્યાં શેષસંખ્યાનો એકાંકી સરવાળો મૂકવો અને घ લખ્યુ છે, ત્યા ભાજ્ય સંખ્યાનો એકાકી સરવાળો મૂકવો.

(૩) પછી क અને ख નો ગુણાકાર કરી તેમા શેષસંખ્યાને ઉમેરવી અને તેનો એક અંક કરવો

(૪) તેનો અંક ભાજ્યના અંક મુજબ મળી રહે તો સમજવું કે ભાગાકાર સાચો છે.

અહીં ચિત્રને અનુસરવાથી વધારે સ્પષ્ટતા થશે.

૨
घ

૬ क —— | —— ख ૧

ग
૫

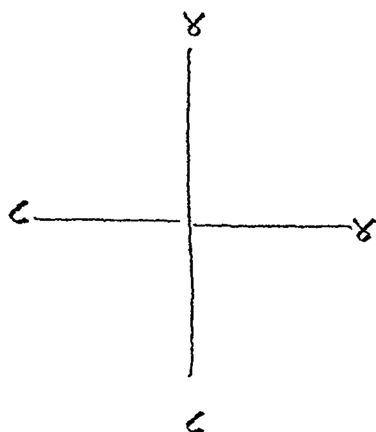
૬ × ૧ = ૬
+ ૫
૧૧ = ૨
ભાજ્ય ૨
ભાગાકાર બરાબર છે.

ભાજક સંખ્યા ૨૪ છે, એટલે ૨ + ૪ = ૬ થાય તે क બિંદુપર મૂકેલ છે. ભાગની સંખ્યા ૧૪૮૬ છે, એટલે ૧ + ૪ + ૮ + ૬ = ૧૯ = ૧ + ૯ = ૧૦ = ૧ + ૦ = ૧ છે, તે ख બિંદુ પર મૂકેલ છે. શેષસંખ્યા ૧૪ છે, એટલે ૧ + ૪ = ૫ થાય, તે ग બિંદુ પર મૂકેલ છે અને ભાજ્ય સંખ્યા ૩૫૬૭૮ છે, એટલે ૩ + ૫ + ૬ + ૭ + ૮ = ૨૯ = ૨ + ૯ = ૧૧ = ૧ + ૧ = ૨ છે, તેથી તે घ બિંદુ પર ૨ મૂકેલ છે.

પછી क અને ख નો ગુણાકાર કર્યો, તે ૬ × ૧ = ૬ આવ્યો અને તેમાં શેષની સંખ્યા ૫ ઉમેરતાં ૧૧ ની સંખ્યા થઈ તેનો એકાકી સરવાળો ૧ + ૧ = ૨ આવ્યો.

ઉપર ભાજ્ય સંખ્યાનો એકાંકી સરવાળો ૨ છે, એટલે આ ભાગાકાર બરાબર છે, એમ સમજવું. વિશેષ ખાતરી માટે અહીં એક નાના ભાગાકારની ચકાસણી કરી બતાવી છે.

૨૬) ૪૫૬૭ (૧૭૫
૨૬
———
૧૯૬
૧૮૨
———
૧૪૭
૧૩૦
———
૧૭

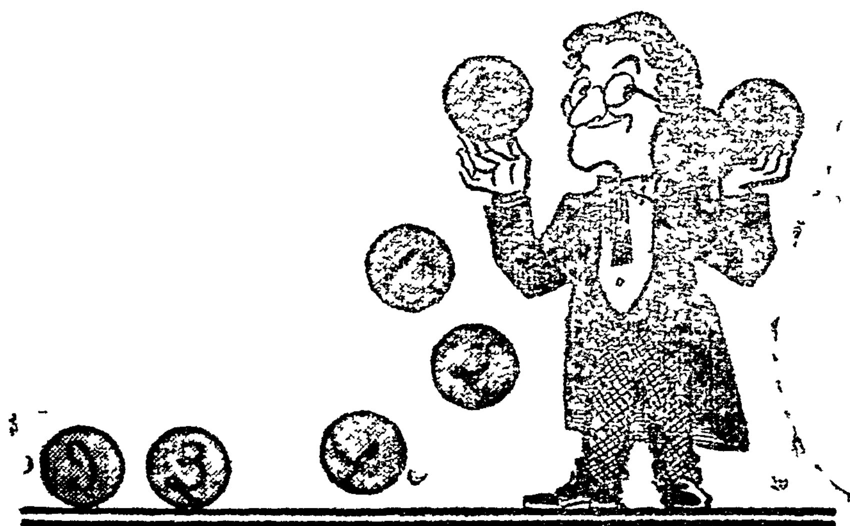


$$૮ \times ૪ = ૩૨$$

$$+ \; ૮$$

$$૪૦ = ૪$$

૪ + ૫ + ૬ + ૭ = ૨૨ = ૨ + ૨ = ૪ ભાગાકાર બરાબર છે.



[૨૧]

ગણિત અને ગણતરી

ગણિત સાચું હોય અને ગણતરી ખોટી હોય એવું બની શકે છે પ્રથમ ક્ષણે આ વાત તમારા માન્યામાં નહિ આવે, પણ થોડી વિચારણા કરીશું કે આ વાતનો તમે જરૂર સ્વીકાર કરશો.

'એક મનુષ્ય ૧ કલાકમા ૧૫૦ સરનામાં કરે છે, તો ૧૫ કલાકમાં કેટલા કરશે ?'

આ દાખલો ગણિતની દૃષ્ટિએ બરાબર છે, પણ વ્યવહારથી નિરપેક્ષ છે, એટલે કે તેની રજૂઆત કરવામાં વ્યવહારને લક્ષ્યમા લેવાયેલો નથી. જો વ્યવહારને લક્ષ્યમાં લીધો હોત તો તેની રજૂઆત લગભગ આ પ્રમાણે થાત :

'એક માણસ સવારના ૯ વાગ્યે સરનામાં લખવાનો પ્રારંભ કરે છે અને તે કલાકનાં ૧૫૦ સરનામાં કરવાની ઝડપ બતાવે છે, તો રાત્રિના બાર વાગ્યા સુધીમાં કેટલાં સરનામા કરી શકશે ?'

પ્રશ્નના પ્રથમ પ્રકારમાં યંત્રવત્ જવાબ આવવાનો કે ૧૫૦ x ૧૫ = ૨૨૫૦.

પરંતુ બીજા પ્રકારમાં જવાબ આપતી વખતે કેટલાક મુદ્દાઓ ધ્યાનમાં રાખવા પડે. જેમ કે સવારે આવેલો માણસ બપોરે જમવા જાય, તેનો ઓછામાં ઓછો ૧I કલાક ઓછો થાય. વચ્ચે બે વાર ચા-પાણી પીએ તેમાં પણ ૩૦ મીનીટ જેટલો સમય જાય. સાંજે ભોજન કરવા જાય ત્યારે પણ ઓછામાં ઓછો ૧I કલાકનો સમય જાય. એટલે ૧૫ કલાકમાં ખરી રીતે ૧૨ કલાકથી વધારે કામ થઈ શકે નહિ. વળી સવારે જે સ્ફૂર્તિ હોય તે ભોજન કર્યા પછી ન હોય. ઓછામાં ઓછા અર્ધા કલાક પછી તે મૂળ સ્ફૂર્તિમા આવે અને દિવસના આઠ-દશ કલાક કામ કર્યા પછી પ્રારંભના જેવી સ્ફૂર્તિ તો ન જ રહે તાત્પર્ય કે સાજે ૭ વાગ્યા પછી તેના સરનામાની ઝડપ ૧૦૦ થી ૧૨૦ જેટલી જ રહે.

આ રીતે બધા સંયોગોને ધ્યાનમાં લેતા તેનું કામ નીચે પ્રમાણે ઉતરવાનું ટેવી શકાય.

પ્રારંભમાં ૧૨ કલાકમાં ૯ કલાક x ૧૫૦ = ૧૩૫૦
પાછળના ૩ કલાકમાં x ૧૨૦ = ૩૬૦
૧૭૧૦

આમા પણ આળસ કરે, ઝોકાં ખાય કે કોઈ સાથે વાતોમાં ચડે તો ઓછું થવા સંભવ ખરો. એટલે ૧૬૦૦ થી વધારે સરનામાંની તેની પાસેથી આશા રાખી ન શકાય.

ગણિત અને ગણતરી વચ્ચે જે ફેર રહેલો છે, તે આમા સ્પષ્ટ જોઈ શકાય છે જેઓ માત્ર ગણિતને ધ્યાનમાં લે છે, પણ સ્થિતિ-સંયોગોને ધ્યાનમાં લેતા નથી, તેઓ ગણતરીમા થાપ ખાય છે.

એક વાર એક પ્રોફેસર ગણિત પર ભાષણ આપતા હતા તેમણે કહ્યું કે '૨ વીઘાનું એક ખેતર ૧૦ માણસો ૨ દિવસમાં ખેડી શકે તો ૨૦ માણસો તે જ ખેતર ૧ દિવસમાં ખેડી શકે.'

આ સાંભળીને કોઈ કંઈ બોલ્યું નહિ, એટલે તેમણે વાત આગળ ચલાવીને કહ્યું: 'અને ૪૦ માણસો તે જ ખેતર ૧/૨ દિવસમાં ખેડી શકે.' અહીં દિવસ શબ્દથી સવારના ૭ થી સાંજના ૭ સુધીનો સમય સમજવાનો હતો.

આ સાંભળી એક ચબરાક મનુષ્ય ઉભો થયો અને તેણે પ્રોફેસર સાહેબને કહ્યું: 'આપ ગણિતમાં નિપુણ છો, એટલે જવાબ આપો કે ૧૬૦ માણસો તે જ ખેતર કેટલા વખતમાં ખેડી શકે?'

પ્રોફેસરે ચશ્મા જરા ઊંચા કરીને તે માણસની સામે જોયું અને કહ્યું: 'દિવસના આઠમા ભાગમાં. અરધાને ચારે ભાગીએ એટલે ૧/૮ જ આવે.'

પેલાએ કહ્યું. 'એનો અર્થ એ થયો કે એ ખેતર ૧ ૧/૨ કલાકમાં ખેડાય. વારુ, પ્રોફેસર સાહેબ! ૧૬૦૦ માણસોને કામે લગાડીએ તો એ ખેતર કેટલા વખતમાં ખેડાય?'

પ્રોફેસર આ પ્રશ્ન પૂછવાનો ભાવાર્થ સમજી ગયા હતા, પણ જવાબ આપવો જ જોઇએ, એટલે તે બોલ્યો કે '૯ મીનીટમાં. ૧ ૧/૨ કલાકની ૯૦ મીનીટ અને તેનો દશમો ભાગ એટલે ૯ મીનીટ.'

પેલાએ કહ્યું: 'સાહેબ! આપની ગણિતવિદ્યા માટે મને ઘણું માન છે. આપ ગુણાકાર અને ભાગાકાર જે સ્ફૂર્તિથી કરી શકો છો, તે માટે આપને ધન્યવાદ ઘટે છે.

પણ મને એટલું જણાવો કે ૧૬,૦૦,૦૦૦ માણસોને કામે લગાડીએ તો એ ખેતર કેટલા વખતમાં ખેડાય ?'

ગણિત પ્રમાણે તો પ્રોફેસર સાહેબે $\frac{૯}{૧૦૦૦}$ મીનીટ એટલે $\frac{૨૭}{૫૦}$ સેકન્ડ કહેવી જોઇએ, પણ તેઓ એનો જવાબ આપ્યા વિના જ પ્લેટફોર્મ પરથી નીચે ઉતરી ગયા. તાત્પર્ય કે આમાં ગણિત સાચું હતું, પણ ગણતરી ખોટી હતી. એક ખેતરમાં બમણા માણસો કામે લગાડીએ એ તો ઠીક, પણ ચાર ગણા–આઠ ગણા કામે લગાડીએ તેમાં કેટલાં સાધનો જોઇએ? અને તે પૂરાં પાડી શકાય ખરાં? અને ૧૬,૦૦,૦૦૦ સોળ લાખ માણસ ભેગા થાય તો ઊભા ક્યાં રહે? તેને સાધન કેટલાં જોઇએ? અને તેની વ્યવસ્થા શી રીતે થાય? એટલે કે આવી ગણતરી વ્યવહારમાં ચાલી શકે નહિ.

ક્યારે કઈ પ્રક્રિયાનો ઉપયોગ કરવો, તે પણ જાણવું જોઈએ, નહિ તો ભગા પટેલ જેવા હાલ થવા સંભવ છે.

ભગા પટેલ ગણિત ભણ્યા હતા તેમને સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, ભાગાકાર, ત્રિરાશિ, પંચરાશિ, વ્યાજ, ટકાવારી, સરેરાશ બધું બરાબર આવડતું હતું. તેઓ એક વખત પોતાના કુટુંબ સાથે પ્રવાસે નીકળ્યા વચ્ચે એક નદી આવી અહીં પ્રશ્ન થયો કે 'આ નદી આપણાથી પાર કરી શકાશે કે નહિ?'

તેમણે લોકોને આડાઅવળા પ્રશ્નો પૂછી માહિતી મેળવી તો જાણી શકાયું કે પ્રારંભમા પાણી ૨ ફુટ ઊંડું છે, પછી ૪ ફુટ ઊંડું આવે છે, પછી ૫ ફુટ ઊંડું આવે છે, ત્યાર બાદ ૭ ફુટ ઊંડું આવે છે, ત્યાર બાદ ૫ ફુટ,

ત્યાર બાદ ૩ ફુટ અને ત્યાર બાદ ૨ ફુટ. આ પરથી ભગા પટેલે નીચે મુજબ સરેરાશ કાઢી :

૧	૨
૧	૪
૧	૫
૧	૭
૧	૫
૧	૩
૧	૨
૭	૨૮ સરેરાશ ૪ ફુટ.

એટલે તેમણે બધાને નદી પાર કરવાનો આદેશ આપ્યો અને પોતે પણ પાણીમાં ઝુકાવ્યું. કહેવાની ભાગ્યે જ જરૂર છે કે તેમાંનું કોઈ સામા કિનારે ન પહોંચ્યું, કારણ કે વચ્ચે ૫ ફુટ પાણી આવ્યું, તેમા જ સહુ અકળાવા લાગ્યા અને ૭ ફુટમાં સહુએ જળસમાધિ લીધી !

આ વાત કલ્પિત હોય તો પણ તેનો સાર ગ્રહણ કરવા જેવો છે. અહીં સરેરાશ કાઢવાની હોય શેની ? પાણી વધારેમાં વધારે કેટલુ ઊંડું છે, તે જ જાણવાનું હોય અને તે પરથી નિર્ણય કરવાનો હોય

ઘણી વાર માણસો ઉત્સાહમાં આવી જઈને લાભના આંકડા માડે છે, પણ પરિણામ જૂદું જ જોવામા આવે છે, કારણ કે તેમાં ગણતરી સાચી હોતી નથી; એટલે પાઠક-ગણને અમારી ખાસ સૂચના છે કે ગણિતની સાથે વ્યવહારનું પણ લક્ષ્ય રાખશો અને એ રીતે સાચી ગણતરી કરી લાભ અને યશના અધિકારી બનશો.

વિદ્યાભૂષણ ગણિતદિનમણિ સાહિત્યવારિધિ
શતાવધાની પંડિત

શ્રી ધીરજલાલ શાહનું સાહિત્યસર્જન

[૩૪૧ પુસ્તકો]

ચરિત્રો

× ૧ વિશ્વવંદ્ય પ્રભુ મહાવીર (એક લાખ ચાલીશ હજાર નકલો)
× ૨ વીર વિઠ્ઠલભાઈ (પ્ર ચરોતર એજ્યુ. સોસાયટી)
× ૩ મહારાજા સયાજીરાવ ગાયકવાડ (બે લાખ નકલો)
× ૪ શ્રીમત રાજર્ષિ સયાજીરાવ ગાયકવાડ (શ્રી સયાજી વિજય પ્રેસ)

૫ શ્રી પાદલિપ્તસૂરિ (પ્ર. જૈન–ભાવનગર)
૬ શ્રી રામ (વિદ્યાર્થી વાંચનવાળા શ્રેણી–૧)
૭ શ્રીકૃષ્ણ ,,
૮ ભગવાન બુદ્ધ ,,
૯ ભગવાન મહાવીર ,,
૧૦ વીર હનુમાન ,,
૧૧ સતી દમયંતી ,,
૧૨ ચક્રવર્તી ચન્દ્રગુપ્ત ,,
૧૩ રાજા ભર્તૃહરિ ,,
૧૪ ભક્ત સુરદાસ ,,
૧૫ નરસિંહ મહેતા ,,
૧૬ મીરાંબાઈ ,,
૧૭ લોકમાન્ય ટિળક ,,
૧૮ આદ્યકવિ વાલ્મીકિ (વિ વાં શ્રેણી–૨)
૧૯ મહર્ષિ અગસ્ત્ય ,,
૨૦ દાનેશ્વરી કર્ણ ,,

૨૧ મહારથી અર્જુન ,,
૨૨ વીર અભિમન્યુ ,,
૨૩ પિતૃભક્ત શ્રવણ ,,
૨૪ ગેલેલિયો ,,
૨૫ મહાત્મા તુલસીદાસ ,,
૨૬ શ્રી રામકૃષ્ણ પરમહંસ ,,
૨૭ સ્વામી વિવેકાનંદ ,,
૨૮ સ્વામી રામતીર્થ ,,
૨૯ શ્રીમદ્ રાજચંદ્ર ,,
૩૦ પં. મદનમોહન માલવિયા ,,
૩૧ મહામુનિ વસિષ્ઠ (વિ. વા. શ્રેણી–૩)
૩૨ દ્રૌપદી ,,
૩૩ વીર વિક્રમ ,,
૩૪ રાજા ભોજ ,,
૩૫ મહાકવિ કાલિદાસ ,,
૩૬ વીર દુર્ગાપ્રસાદ ,,
૩૭ મહારાણા પ્રતાપ ,,
૩૮ સિક્કીમનો સપૂત ,,
૩૯ દાનવીર જગડૂ ,,
૪૦ સિદ્ધરાજ જયસિંહ ,,
૪૧ જગત શેઠ ,,
૪૨ વીર વિઠ્ઠલભાઈ ,,
૪૩ એની બેસન્ટ ,,
૪૪ શ્રી ગજાનન (વિ. વાં. શ્રેણી–૪)
૪૫ શ્રી કાર્તિકેય સ્વામી ,,
૪૬ શ્રી હર્ષ ,,
૪૭ રસકવિ જગન્નાથ ,,
૪૮ ભક્ત નામદેવ ,,
૪૯ છત્રપતિ શિવાજી ,,

ભૌગોલિક

પ્રવાસવર્ણન

ગણિત

માનસવિજ્ઞાન

સામાન્ય જ્ઞાન

કિશોરકથાઓ

×૧૦૫ કુમારોની પ્રવાસકથા (કુમાર ગ્રંથમાળા)
×૧૦૬ વિમલશાહ (સયાજી બાલ સાહિત્યમાળા)
×૧૦૭ વસ્તુપાળ–તેજપાળ
×૧૦૮ સિક્કીમની વીરાંગના
×૧૦૯ નેકીનો રાહ

કાવ્યો

×૧૧૦ અજંતાનો યાત્રી (ખંડકાવ્ય)
આ કાવ્યનો સંસ્કૃત અનુવાદ થયેલો છે
×૧૧૧ જલમંદિર પાવાપુરી (ખંડકાવ્ય)

શિલ્પ-સ્થાપત્ય

×૧૧૨ ઇલુરાનાં ગુફામંદિરો

સંકલન

×૧૧૩ શ્રી વીર–વચનામૃત
આ ગ્રંથનો હિંદી તથા અંગ્રેજી અનુવાદ થયેલો છે.

જૈનધર્મવિષયક

×૧૧૪–૨૧૫ બાળગ્રંથાવલી–૭ શ્રેણી
(૧૨૦ પુસ્તકોનું સંપાદન, તેમાં ૧૦૨નું લેખન).
×૨૧૬–૨૩૫ ધર્મબોધ ગ્રંથમાળા ૨૦ પુસ્તકો
×૨૩૬–૨૪૭ જૈન શિક્ષાવલી પહેલી શ્રેણી ૧૨ પુસ્તકો
×૨૪૮–૨૫૯ „ „ બીજી શ્રેણી ૧૨ પુસ્તકો
×૨૬૦–૨૭૧ „ „ ત્રીજી શ્રેણી ૧૨ પુસ્તકો
૨૭૨–૨૯૧ જૈન ચરિત્રમાળા ૨૦ પુસ્તકો
૨૯૨–૨૯૪ ધાર્મિક પ્રશ્નોત્તરી ભાગ ૧ થી ૩
૨૯૫–૨૯૬ જિનેંદ્ર કાવ્યસંગ્રહ ભાગ ૧–૨
×૨૯૭–૨૯૮ જૈનધર્મનો સામાન્ય પરિચય ભાગ ૧–૨

૨૯૯ જૈન ધર્મસાર
આ પુસ્તકનો હિંદી તથા અંગ્રેજી અનુવાદ થયેલો છે.
× ૩૦૦ જૈન તત્ત્વપ્રવેશક ગ્રંથમાળા ભાગ બીજો
૩૦૧ શ્રી પ્રતિક્રમણસૂત્ર પ્રબોધટીકા ભાગ પહેલો
× ૩૦૨ „ „ ભાગ બીજો
૩૦૩ „ „ ભાગ ત્રીજો
× ૩૦૪ „ પ્રબોધટીકાનુસારી
૩૦૫ જિનોપાસના
૩૦૬ જીવવિચાર–પ્રકાશિકા યાને જૈન ધર્મનું પ્રાણીવિજ્ઞાન
૩૦૭ નવતત્ત્વદીપિકા યાને જૈનધર્મનુ અદ્ભુત તત્ત્વજ્ઞાન
× ૩૦૮ સતી નદ્મયંતી (ત્રિઅંકી નાટક)
× ૩૦૯ શ્રી શાલિભદ્ર („)
× ૩૧૦ રાજનગર સાધુસંમેલન
× ૩૧૧ જૈનોની શિક્ષણ સમસ્યા
× ૩૧૨ તપવિચાર
૩૧૩ દક્ષિણમા દિવ્ય પ્રકાશ
× ૩૧૪–૩૩૮ પ્રકીર્ણ ચરિત્ર, વિશેષાંક આદિ

આધ્યાત્મિક

૩૩૯ મંત્રવિજ્ઞાન
૩૪૦ મંત્રચિંતામણિ
૩૪૧ સંકલ્પસિદ્ધિ યાને ઉન્નતિ સાધવાની અદ્ભુત કલા



× ચોકડીનાં નિશાનવાળાં પુસ્તકો અલભ્ય છે. માત્ર જાણ માટે જ તેનો નિર્દેશ કરવામાં આવ્યો છે.

ગણિત-ચમત્કાર અંગે

કેટલાક અભિપ્રાયો

શ્રી ધીરજલાલ શાહના ગણિતના પ્રયોગો જોઈને હું ખરેખર પ્રભાવિત થયો છુ તેમણે લખેલુ આ ગણિત-ચમત્કારનુ પુસ્તક વિદ્યારસિકોનો ખૂબ આદર પામશે, એમા મને શંકા નથી

તા. ૧૭-૨-૬૫ —**મહારાજા ફત્તેહસિંહરાવ ગાયકવાડ**

આયુર્વેદ, જ્યોતિષ અને ગણિત એ ત્રણ વિષયમા ભારતવર્ષે ઘણી સુદર પ્રગતિ કરી હતી ગણિત-ચમત્કાર તેના એક વિશિષ્ટ અગનો સુંદર પરિચય આપે છે. ગણિતરસિકોએ તેનું ખાસ અધ્યયન કરવા જેવુ છે. વિદ્યાર્થીઓને આ પુસ્તક આશીર્વાદરૂપ નીવડશે.

તા. ૧૭-૨-૬૫ —**શ્રી કે. કે. શાહ**

'ગણિત-ચમત્કાર'નુ પુસ્તક મળ્યુ આ શુષ્ક ગણાતા વિષયને રસમય અને કુતુહલપૂર્ણ બનાવી લોકભોગ્ય સાહિત્યમા તમે સારો ફાળો આપ્યો છે રશિયાનુ આવું એક પુસ્તક બજારમાં મળે છે તેમ જ બીજાં યુરોપી પ્રકાશનોમા પણ ગણિતને લોકપ્રિય બનાવવાના ઘણા સારા પ્રયત્નો થયા છે, પણ ગુજરાતીમા આવાં પુસ્તકો મે જોયાં નથી. તમે અગ્રેસર થયા છો, તેથી ખૂબ ખુશી થાઉં છું.

અમદાવાદ —**શ્રી રવિશંકર મ. રાવળ**

વિદ્યાર્થી-વાચનમાળાની સો ઉપર પુસ્તિકાઓ લખનાર શ્રી શાહે **'ગણિત-ચમત્કાર'** લખીને ગુજરાતની સારી સેવા કરી છે. અવકાશનો સમય સારી રીતે વ્યતીત કરતાં આવડે એ શિક્ષણનો એક હેતુ છે. એ હેતુ પાર પાડવા માટે આ પુસ્તક અતિ ઉપયોગી નીવડશે. સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, ભાગાકારની વિવિધ રીતો,

તેમજ આંકડાના ચમત્કારિક ઉપયોગો અને કોયડાઓ જ્ઞાન સાથે ગમ્મત આપે એવા છે. મેળાવડામા, મિત્રમંડળોમાં, કુટુંબોમાં, પ્રવાસમા આ પુસ્તકમાંના કોયડાઓનો વપરાશ વાતાવરણુ આનંદમય બનાવી શકે એમ છે. ગણિતની રમૂજી અટપટી વાતો ગુજરાત સમક્ષ ધરી શ્રી શાહે સારી સેવા કરી છે, તે માટે અમારા હાર્દિક અભિનંદન.

વડોદરા, —પુસ્તકાલય

જુન ૧૯૬૬

卐

ગણિત-રહસ્ય અંગે

સન્માનનીય શ્રી મોરારજી દેસાઈનો અભિપ્રાય

તમારું પુસ્તક હું રસપૂર્વક જોઈ ગયો છું. "ગણિત-રહસ્ય" મા તમે ગણિતનાં રહસ્યો ખોલીને એને સગળ અને રસિક બનાવ્યુ છે. ભાષા પણ સાદી અને સરળ છે, એટલે સામાન્ય વાચકને પણ એમાં રસ પડશે એમ હુ ધારું છુ. જિજ્ઞાસુ વાચકને તમારું પુસ્તક ગણિત વિષે વધારે જાણવા પ્રેરે એવુ છે.

તમારું સાહિત્યસર્જન લોકોની જ્ઞાન-પિપાસા જાગૃત કરે અને પોષે એવુ બનો, એ મારી શુભેચ્છા છે

નવી દિલ્લી,

તા. ૯-૮-૧૯૬૬

સામાન્ય રીતે અઘરો અને નીરસ જણાતો ગણિતનો વિષય આટલો અદ્ભુત અને રસભરપૂર છે, તેની પ્રતીતિ આ પુસ્તક સંપૂર્ણ-

પણ વાચી ગયા પછી થઈ જાય છે બુદ્ધિ કામ ન કરે એવા ચમત્કારિક ગણિતપ્રયેાગેા અહીં આપવામાં આવ્યા છે.

અસંખ્ય રકમેાના સરવાળા, ગુણાકાર ચપટી વાગે એટલા સમયમાં કહી આપતા શતાવધાની પ્રયેાગેા રજૂ કરતાં પહેલાં શ્રી ધીરજલાલ ભાઈએ સમગ્ર ગણિતશાસ્ત્રના આધારસ્થભ અંકસ્થાનની સવિસ્તાર સમજ આપી છે. શૂન્યનું સામર્થ્ય, મેાટી સંખ્યાએા યાદ રાખવાની રીત, અંકસ્મૃતિના પ્રયેાગેા, સમફરક સખ્યાએાના સરવાળા, ક્રમિક સખ્યાએાનું શેાધન, અજ્ઞાત સંખ્યાએાનુ જ્ઞાત સખ્યામા પરિણમન, અચૂક ઉત્તર આદિ બાબતેા લેખકે એટલી સરળતાથી રજૂ કરી છે કે ગણિતથી ભડકીને ભાગતા આજના યુવાનેાને પણ રસ લેતા કરી મૂકે. છેલ્લે આપેલા કેાયડાએા બુદ્ધિને કસે એવા છે અને તેમા પણ 'અજાયબ થેલીએા' અને 'હિરાની વહેચણી'ના કેાયડા તેા ભલભલાનું પાણી ઉતારી નાખે એવા છે.

ઉત્તમ કેાટિના મનેારજન સાથે ગણિતની ગહનતાનેા ખ્યાલ આપતુ આ પુસ્તક ગણિતશાસ્ત્રના દરેક જિજ્ઞાસુએ, વિદ્યાર્થીએ, તેમજ પંડિતે પણ વાંચી જવા જેવું છે.

તા. ૨૨–૮–૬૬ —**મુંબઈ સમાચાર**

આંકડાની ઈન્દ્રજાળ અજબ પ્રકારની હેાય છે. "ગણિત–રહસ્ય" પુસ્તકમાં આ ઈન્દ્રજાળનેા ઉકેલ આપવામા આવ્યેા છે. શૂન્યના સામર્થ્યથી માંડીને ધારેલા પ્રશ્નો અને અજ્ઞાત સખ્યાએાનેા સાચેા સરવાળેા કહી આપવાની રીતેા, અકસ્મૃતિના વિલક્ષણ પ્રયેાગેા ઉપરાત યત્રેા તથા કેાયડાએા આપીને તેના ઉત્તરેા પણ આ ગ્રંથમાં અપાયા છે.

જ્ઞાન સાથે ગમ્મત આપે અને આશ્ચર્ય પમાડે તેવા અનેક અંક-જાદુગરીના અદ્ભુત પ્રયેાગેા રજૂ કરતેા આ ગ્રથ આબાલવૃદ્ધ બધાંને ઉપયેાગી નીવડે તેવેા છે.

મુંબઈ
સપ્ટેમ્બર ૧૯૬૬ —**કિસ્મત**

卐

ગણિત–સિદ્ધિ અંગે

કેટલાક અભિપ્રાયો

આવો સુંદર ગ્રંથ રચવા માટે હું શ્રી ધીરજલાલ શાહને ધન્યવાદ આપુ છું.

અમદાવાદ — **શ્રી હિતેન્દ્ર દેસાઈ**
૧૬–૧૦–૬૬ — (ગુજરાત રાજ્યના મુખ્ય મંત્રી)

આ પુસ્તકની રચના દ્વારા શ્રી ધીરજલાલભાઈએ ગણિતના વિષયની એક મોટી સેવા કરી છે.

અમદાવાદ — **શ્રી ઈન્દુમતીબહેન ચીમનલાલ શેઠ**
૧૬–૧૦–૬૬ — (ગુજરાત રાજ્યના શિક્ષામંત્રી)

ગણિતસિદ્ધિ એક અપૂર્વ ગ્રથ છે. તે વિદ્યાર્થીઓ, યુવાનો તથા વ્યાપારીઓને તો ઉપયોગી છે જ, પણ અધિકારીઓ અને કર્મચારીઓને પણ એટલો જ ઉપયોગી છે કે જેને રોજ આંકડા અને હિસાબ સાથે કામ પાડવું પડે છે. આ ગ્રંથમાં આપેલી રીતો અજમાવવામાં આવે તો થોડા સમયમાં વધારે કામ થઈ શકે અને એ રીતે શ્રમ તથા સમયનો બચાવ કરી શકાય. તેનાથી રાષ્ટ્રને પણ ઘણો લાભ થવા સંભવ છે.

મંદસૌર — **પંડિત શ્રી રુદ્રદેવ એમ. એ.**
૧૫–૧–૬૭ — સાહિત્યાચાર્ય

શ્રી ધીરજલાલભાઈએ વિધવિધ વિષયો પર ત્રણસોથી વધુ ગ્રથો લખ્યા છે, જેની કુલ સંખ્યા વીશ લાખનો આંકડો વટાવી જાય છે. છેલ્લા બે–ત્રણ વર્ષથી તેઓએ ગણિતવિદ્યાની ગેબી સૃષ્ટિમાં

પ્રવેશ કર્યો છે અને તેની ફલસિદ્ધિ સ્વરૂપે ત્રણ અમૂલ્ય ગ્રંથો આપ્યા છે. (૧) ગણિત-ચમત્કાર, (૨) ગણિત-રહસ્ય અને (૩) ગણિત-સિદ્ધિ, તેમા પ્રથમ પુસ્તક ગણિતમાં રહેલી રમૂજ સમજવા માટે, બીજુ પુસ્તક અંક-જાદુગરી (Mathe-magic) ના પ્રયોગો સમજવા માટે તથા ત્રીજુ પુસ્તક ગણિતના દાખલા કેવી ટૂકી અને સહેલી રીતોથી ઝડપબંધ થઈ શકે ? એ જાણવા માટે અતિ ઉપયોગી છે. આ છેલ્લા પુસ્તકનું સમર્પણ શ્રી મોરારજીભાઈએ સ્વીકારીને તેનું બહુમાન કર્યું છે અને તેમાં હું મારો સૂર પૂરાવું છું.

મુંબઈ **શ્રી મનસુખલાલ તારાચંદ મહેતા**

૧૨-૧૧-૬૬

ગણિતશાસ્ત્ર આંકડાઓની ઇંદ્રજાળ અથવા શુષ્ક સૃષ્ટિસમું લેખાય છે, પરંતુ લેખકે લાબા અનુભવ પછી આ પ્રકારનાં પુસ્તકો તૈયાર કરીને બતાવી આપ્યુ છે કે આ શાસ્ત્ર રસભરપૂર છે, તેમજ તેમા અનેક અજાયબીઓ પડેલી છે. મોટી રકમના તેમજ અનેક રકમના અટપટા સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, ભાગાકાર વગેરેના દાખલા કેટલીક કુંચીઓ લક્ષ્યમા રાખવાથી સરળતાથી અને ઝડપથી થઈ શકે છે અને એ રીતે ગણિતમા સિદ્ધિ પ્રાપ્ત કરી શકાય છે. સરલ લેખનશૈલિ અને રજૂ કરવાની લેખકની પદ્ધતિ ગણિતશાસ્ત્રમાં તેમની નિપુણતાના પુરાવા સમી છે. લેખકને ધન્યવાદ.

મુંબઈ **મુંબઈ સમાચાર**

તા. ૫-૧૨-૬૬

卐

સ્મરણકલા અંગે સદ્‌ગત સાક્ષરવર્ય શ્રી રમણલાલ
વસંતલાલ દેસાઈનો

અભિપ્રાય

સામાન્ય જનતાને ચમત્કાર, મંત્રસિદ્ધિ કે યોગપ્રક્રિયા લાગે એવી સ્મરણકલાની શતાવધાની કલા પાછળ શાસ્ત્રીય સિદ્ધાંતો રહેલા છે, એમ જ્યારે શ્રી ધીરજલાલે અમને સમજાવ્યું, ત્યારે તેમની હૃદયવિશુદ્ધિ માટે મને ખૂબ માન ઉત્પન્ન થયું. આપણા દેશમાં વિદ્યા–કલાને ગુપ્ત રાખવાની પ્રથા પડી ગઈ છે કાં તો કલાકાર કલાચોર બને છે કે કાં કલાની આસપાસ ગૂઢ રહસ્ય-ભર્યું વાતાવરણ ઉત્પન્ન કરી પોતાની મહત્તા વધારવા મથે છે. આને પરિણામે આપણી કેટલીય કલાઓ અને કેટલાય હુન્નરો બગડી ગયા અને નાશ પણ પામ્યા શ્રી ધીરજલાલે સ્મરણ કલાનું ઊંડું અવગાહન કર્યું છે અને તેના પરિણામે તેઓ પોતાના ગુરુપદની મહત્તા ઠીક ઠીક વધારી શક્યા હોત, પરંતુ તેમણે તેમ ન કરતા પોતાના અભ્યાસ અને પોતાની તપશ્ચર્યાના ફળ આ '**સ્મરણકલા**' નામના અપૂર્વ ગ્રંથમાં પ્રકટ કરી ગૂર્જર જનતા સમક્ષ ખુલ્લાં મૂકી દીધાં છે અને સ્મરણકલાની વિધવિધ કુંચીઓ ગૂર્જર જનતાના હાથમાં મૂકી દીધી છે આ ગ્રંથને ઠીક ઠીક વિચાર કરીને હું અપૂર્વ કહું છું મને યાદ છે ત્યાં સુધી સ્મરણકલા વિષે આવો કોઈ ગ્રંથ ગુજરાતીમાં પ્રસિદ્ધ થયો નથી.

મૂલ્ય રૂા. ૫–૦૦ : પોસ્ટેજ અલગ.

પ્રાપ્તિસ્થાન :

પ્રજ્ઞા પ્રકાશન મંદિર

મુંબઈ–૯.

હવે પછી પ્રકટ થશે—મંત્રશાસ્ત્રનો એક અદ્દભુત ગ્રંથ

મંત્રદિવાકર

લેખક :

વિદ્યાભૂષણ ગણિતદિનમણિ શતાવધાની

પંડિત શ્રી ધીરજલાલ શાહ

ટૂંક સમયમા અતિ લોકપ્રિય થઈ પડેલા '**મંત્રવિજ્ઞાન**' ગ્રંથની પૂર્તિ રૂપે '**મંત્રચિંતામણિ**' ગ્રંથ લખાયો અને તેની પૂર્તિ રૂપે '**મંત્રદિવાકર**' નામનો એક અતિ મનનીય ગ્રથ તૈયાર થઈ રહ્યો છે. આ ગ્રથ સને ૧૯૬૮ ના ડીસેમ્બર માસમા પ્રકટ થશે

આ ગ્રંથમાં અનેક જાતના અનુભવસિદ્ધ મંત્રપ્રયોગો રજૂ કરવામાં આવશે, જેવા વિવિધ રોગો મટાડવાના, વિષ ઉતારવાના, લક્ષ્મી વધારવાના, જિત મેળવવાના તથા બીજા પણ એવા જ પ્રયોગોનો સમાવેશ થશે. ઉપરાત કેટલાક મહત્ત્વના યંત્રો તથા તંત્ર-પ્રયોગો પણ આપવામા આવશે કે જેના આધારે મનુષ્ય સુખ, સંપત્તિ, આરોગ્ય, યશ વગેરેની પ્રાપ્તિ કરી શકે અને અચિંત્ય કામો કરવાને શક્તિમાન થાય.

આ ગ્રંથની છપાઈ, સુઘડતા, બાધણી તથા પૃષ્ઠસંખ્યા મંત્ર-વિજ્ઞાન તથા મંત્ર ચિંતામણિ જેવી જ રહેશે અને મૂલ્ય પણ તેટલું જ રહેશે, અર્થાત્ રૂ. ૭—૫૦ પૈસા રહેશે. તેનુ રજી પોસ્ટેજ ખર્ચ રૂ. ૧—૨૫ સમજવુ.

આ ગ્રંથની નકલ સમયસર મેળવવા માટે અગાઉથી ઓર્ડર નોંધાવી દેશો.

પ્રજ્ઞા પ્રકાશન મંદિર

લધાભાઈ ગુણપત બીલ્ડીંગ, ચીંચ બંદર, **મુંબઈ-૯**

હવે પછી પ્રકટ થનારા ગ્રંથો

સંકલ્પસિદ્ધિ

યાને

ઉન્નતિ સાધવાની અદ્ભુત કલા

લેખક : વિદ્યાભૂષણ શતાવધાની પંડિત શ્રી ધીરજલાલ શાહ

સંકલ્પશક્તિનો વિકાસ કેમ કરવો તથા તેના દ્વારા જીવનના જૂદા જૂદા ક્ષેત્રોમા ઉન્નતિ કેવી રીતે સાધવી ? તેની સંપૂર્ણ સમજણ આપતો આ ગ્રંથ દરેક સુજ્ઞ સંસ્કારી મનુષ્યે અવશ્ય વાચવો જોઈએ. તેનાથી જીવનનો મનમાન્યો ઘાટ ઘડી શકાશે તથા આ જગતમા એક સફલ મનુષ્ય તરીકેની કારકીર્દિ પ્રાપ્ત કરી વિજયડંકો વગાડી શકાશે.

ઊંચા મેપલીથો કાગળ, લગભગ ૨૪૦ પૃષ્ઠ, પાકું પૂઠું, મૂલ્ય ૫-૦૦. રજી. પોસ્ટેજ ખર્ચ રૂ ૧-૨૦ પૈસા.

આ ગ્રંથ સને ૧૯૬૮ ના જુલાઈ માસમા બહાર પડશે.

માનવમનની અજાયબીઓ

લેખક વિદ્યાભૂષણ શતાવધાની પંડિત શ્રી ધીરજલાલ શાહ

માનવમન અનેક અજાયબીઓથી ભરેલું છે તેના દ્વારા મનુષ્ય કેવા અદ્ભુત કાર્યો કરી શકે છે તથા આ જગતમા મહાન નામના મેળવવા ઉપરાત મનગમતી લક્ષ્મી મેળવી શકે છે, તે આ ગ્રંથમા અનેક દાખલા-દલીલો સાથે અનોખી શૈલિએ રજૂ કરવામાં આવ્યુ છે પ્રગતિને ચાહનાર દરેક મનુષ્યે આ ગ્રંથ અવશ્ય વાચવો જ જોઈએ. તેનું પ્રકાશન સને ૧૯૬૮ ના ઓકટોબર કે નવેમ્બર માસમા થશે

ઊંચા મેપલીથો કાગળ, લગભગ ૩૫૦ પૃષ્ઠ, પાકું પૂઠું, મૂલ્ય રૂ. ૭-૫૦ રજી પોસ્ટેજ ખર્ચ રૂ ૧-૨૫ પૈસા.

પ્રજ્ઞા પ્રકાશન મંદિર

લધાભાઈ ગુણપત બીલ્ડીંગ, ચીંચબંદર, મુંબઈ-૯.